

Min_25筛学习笔记

以下参考了这篇博客

大概就是洲阁筛的好写版本。复杂度并没有降低。

设 $f(x)$ 是一个积性函数，且 $f(p)$ 是一个关于 p 的多项式。要求 $\sum_{i=1}^n f(i)$

定义 $g_k(x) = \sum_{i=1, \text{is prime} \vee \min_i > p_k}^x f(i)$ 那么所有质数的 $f(p)$ 之和就是 $g_m(n)$ 其中 m 是不大于 \sqrt{n} 的最大质数的编号 $g_0(x)$ 可以通过自然数等幂和求得。转移类似于背包
$$g_{k-1}(x) - f(p_k)g_{k-1}(\frac{x}{p_k}) - g_{k-1}(p_k - 1) \quad (x \geq p_k^2) \\ g_{k-1}(x) \quad (x < p_k^2)$$
 这部分的复杂度积一下就是 $O(n^{\frac{3}{4}} \log n)$

定义 $h_k(x) = \sum_{i=2, \min_i > p_k}^x f(i)$ 那么答案即为 $h_0(n) + f(1)$ 转移时直接暴搜，且不要记忆化
$$h_k(x) = g_m(x) - \sum_{i=1}^{k-1} f(p_i) + \sum_{i=k}^x p_i^2 \leq x \sum_{j=1}^{p_i^{j+1} \leq x} (f(p_i^j) h_{k+1}(\frac{x}{p_i^j}) + f(p_i^{j+1}))$$
 这部分的复杂度为 $O(n^{1-\omega})$ 但是实际速度比前一部分快很多。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepidword:zhongzihao:min_25

Last update: 2021/04/01 21:30