

随机串包含给定串的期望长度

设有一串 S 从一个空串开始，每次等概率随机往后面加一个字符，包含 S 时停止，求串长度的期望。

设 $F(x)$ 表示恰在长度为 x 停止的概率生成函数， $G(x)$ 表示长度为 x 仍未停止的生成函数。那么有

$$\begin{aligned} 1 + xG(x) &= F(x) + G(x) \\ G(x) \cdot \frac{x^n}{|\Sigma|^n} &= F(x) \sum_{i=1}^{|S|} \frac{x^{n-i}}{|\Sigma|^{n-i}} \end{aligned}$$

所求为 $F'(1)$ 对式 1 求导得 $G(x) + xG'(x) = F'(x) + G'(x)$ 即 $F'(1) = G(1)$ 式 2 中令 $x=1$ 即可得到结论。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:intrepid sword:zhongzihao:random_string

Last update: 2021/01/24 15:13