

# 数理知识总结

从排成一排的  $n$  个球里选出  $r$  个球互不相邻的方案种数是  $c(n-r+1, r)$

从围成一圈的  $n$  个球里选出  $r$  个球互不相邻的方案种数是  $c(n-r, r) \times \frac{n}{n-r}$

(第二个结论相当于分类讨论选不选一号球(自己规定的)然后转化成两个第一个结论的问题)

$\sum_{i=0}^n i \times c(n, i) = n2^{n-1}$  把组合数都提出来个  $n$  然后二项式定理显然。

同理, 有  $\sum_{i=0}^n i^2 \times c(n, i) = n(n+1)2^{n-2}$

$\sum_{i=0}^n c(i, k) = c(n+1, k+1)$

$c(n, r)c(r, k) = c(n, k)c(n-k, r-k)$  通过组合意义证明。

$\sum_{i=0}^n c(n-i, i) = F(n+1)$  其中  $F(n)$  表示斐波那契数列的第  $n$  项,  $F(0)=F(1)=1$  数学归纳法加组合数公式可证。

斐波那契通项公式  $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$

斐波那契二倍项和一倍相邻项有关

$F_{2k} = F_k(2F_{k+1} - F_k)$  这里的是  $F_1 = F_2 = 1$  的。

$F_{2k+1} = F_{k+1}^2 + F_k^2$

这两个式子可以用数学归纳法(螺旋)一直证上去就结束了。

斐波那契数列中间项平方和相邻项乘积有关

$F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$  设  $T(n) = F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2$   $T(2)=1$  且  $T(n+1)=-T(n)$  可证, 所以原式成立

卢卡斯数列  $L_0=2, L_1=1, L_n=L_{n-1}+L_{n-2}$  前几项为 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18...

卢卡斯数列通项公式  $L_n = \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n + \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$

事实上, 我们有  $\frac{L_n + F_n \sqrt{5}}{2} = \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n$

又有  $L_n^2 - 5F_n^2 = 4(-1)^n$

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:%E7%8E%8B%E6%99%BA%E5%BD%AA%E6%95%B0%E7%90%86%E7%9F%A5%E8%AF%86&rev=1628306269](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%8E%8B%E6%99%BA%E5%BD%AA%E6%95%B0%E7%90%86%E7%9F%A5%E8%AF%86&rev=1628306269)

Last update: 2021/08/07 11:17

