数理知识总结

从排成一排的 n 个球里选出 r 个球互不相邻的方案种数是 $c(n-r+1,r)$

从围成一圈的 n 个球里选出 r 个球互不相邻的方案种数是 $c(n-r,r)\times{\frac n {(n-r)}}$

（第二个结论相当于分类讨论选不选一号球（自己规定的）然后转化成两个第一个结论的问题）

$\sum_{i=0}^{n} i\times c(n,i)=n2^{n-1}$ 把组合数都提出来个 n 然后二项式定理显然。

同理，有 $\sum_{i=0}^{n} i^{2}\times c(n,i)=n(n+1)2^{n-2}$

$\sum_{i=0}^{n} c(l,k)=c(n+1,k+1)$

$c(n,r)c(r,k)=c(n,k)c(n-k,r-k)$ 通过组合意义证明。

$\sum_{i=0}^{n} c(n-i,i)=F(n+1)$ 其中 $F(n)$ 表示斐波那契数列的第 n 项， $F(0)=F(1)=1$ 数学归纳法加组合数公式可证。

斐波那契通项公式 $F_{n}={\frac {({\frac {1+\sqrt{5}} 2})^{n}-({\frac {1-\sqrt{5}} 2})^{n}} {\sqrt{5}}}$

斐波那契二倍项和一倍相邻项有关

$F_{2k}=F_{k}(2F_{k+1}-F_{k})$ 这里的是 $F_{1}=F_{2}=1$ 的。

$F_{2k+1}={F_{k+1}}^{2}+{F_{k}}^{2}$

这两个式子可以用数学归纳法（螺旋）一直证上去就结束了。

斐波那契数列中间项平方和相邻项乘积有关

$F_{n-1}F_{n+1}-{F_{n}}^{2}=(-1)^{2}$ 设 $T(n)=F_{n-1}F_{n+1}-{F_{n}}^{2}$ $T(2)=1$ 且 $T(n+1)=-T(n)$ 可证，所以原式成立

卢卡斯数列 $L_{0}=2,L_{1}=1,L_{n}=L_{n-1}+L_{n-2}$ 前几项为 $2,1,3,4,7,11,18\cdots$

卢卡斯数列通项公式 $L_{n}={({\frac {1+\sqrt{5}} 2})^{n}+({\frac {1-\sqrt{5}} 2})^{n}}$

事实上，我们有 ${\frac {L_{n}+F_{n}\sqrt{5}} 2}=({\frac {1+\sqrt{5}} 2})^{n}$

又有 ${L_{n}}^{2}-5{F_{n}}^{2}=-4$