

数理知识总结

从排成一排的 n 个球里选出 r 个球互不相邻的方案种数是 $c(n-r+1,r)$

从围成一圈的 n 个球里选出 r 个球互不相邻的方案种数是 $c(n-r,r) \times \frac{n}{n-r}$

(第二个结论相当于分类讨论选不选一号球(自己规定的)然后转化成两个第一个结论的问题)

$\sum_{i=0}^n i \times c(n,i) = n2^{n-1}$ 把组合数都提出来个 n 然后二项式定理显然。

同理, 有 $\sum_{i=0}^n i^2 \times c(n,i) = n(n+1)2^{n-2}$

$$\sum_{i=0}^n c(i,k) = c(n+1,k+1)$$

$c(n,r)c(r,k) = c(n,k)c(n-k,r-k)$ 通过组合意义证明。

$\sum_{i=0}^n c(n-i,i) = F(n+1)$ 其中 $F(n)$ 表示斐波那契数列的第 n 项, $F(0)=F(1)=1$ 数学归纳法加组合数公式可证。

$$F_n = \frac{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n}{\sqrt{5}}$$

斐波那契二倍项和一倍相邻项有关

$$F_{2k} = F_k(2F_{k+1} - F_k)$$
 这里的是 $F_1=F_2=1$ 的。

$$F_{2k+1} = F_{k+1}^2 + F_k^2$$

这两个式子可以用数学归纳法(螺旋)一直证上去就结束了。

斐波那契数列中间项平方和相邻项乘积有关

$$F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$$
 设 $T(n) = F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2$ 且 $T(2)=1$ 且 $T(n+1)=-T(n)$ 可证, 所以原式成立

卢卡斯数列 $L_0=2, L_1=1, L_n=L_{n-1}+L_{n-2}$ 前几项为 $2,1,3,4,7,11,18...$

$$L_n = (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n + (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n$$

事实上, 我们有 $(\frac{L_n + F_n \sqrt{5}}{2}) = (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n$

$$L_n^2 - 5F_n^2 = 4(-1)^n$$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%8E%8B%E6%99%BA%E5%BD%AA:%E6%95%B0%E7%90%86%E7%9F%A5%E8%AF%86&rev=1628306269

Last update: 2021/08/07 11:17