

数理知识总结

从排成一排的 n 个球里选出 r 个球互不相邻的方案种数是 $c(n-r+1, r)$

从围成一圈的 n 个球里选出 r 个球互不相邻的方案种数是 $c(n-r, r) \times \frac{n}{(n-r)}$

(第二个结论相当于分类讨论选不选一号球(自己规定的)然后转化成两个第一个结论的问题)

$\sum_{i=0}^n i \times c(n, i) = n 2^{n-1}$ 把组合数都提出来一个 n 然后二项式定理显然。

同理，有 $\sum_{i=0}^n i^2 \times c(n, i) = n(n+1) 2^{n-2}$

$\sum_{i=0}^n c(i, k) = c(n+1, k+1)$

$c(n, r)c(r, k) = c(n, k)c(n-k, r-k)$ 通过组合意义证明。

$\sum_{i=0}^n c(n-i, i) = F(n+1)$ 其中 $F(n)$ 表示斐波那契数列的第 n 项， $F(0)=F(1)=1$ 数学归纳法加组合数公式可证。

斐波那契通项公式 $F_n = \frac{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n}{\sqrt{5}}$

斐波那契二倍项和一倍相邻项有关

$F_{2k} = F_k(2F_{k+1} - F_k)$ 这里的是 $F_1 = F_2 = 1$ 的。

$F_{2k+1} = \{F_{k+1}\}^2 + \{F_k\}^2$

这两个式子可以用数学归纳法(螺旋)一直证上去就结束了。

斐波那契数列中间项平方和相邻项乘积有关

$F_{n-1}F_{n+1} - \{F_n\}^2 = (-1)^n$ 设 $T(n) = F_{n-1}F_{n+1} - \{F_n\}^2$ $T(2) = 1$ 且 $T(n+1) = -T(n)$ 可证，所以原式成立

卢卡斯数列 $L_0 = 2, L_1 = 1, L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ 前几项为 $2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots$

卢卡斯数列通项公式 $L_n = \{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n + (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n\}$

事实上，我们有 $\frac{L_n + F_n}{\sqrt{5}} = \{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n\}$

又有 $\{L_n\}^2 - 5\{F_n\}^2 = -4$

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%8E%8B%E6%99%BA%E5%BD%AA:%E6%95%B0%E7%90%86%E7%9F%A5%E8%AF%86&rev=1628306269

Last update: 2021/08/07 11:11

