

新计算几何总结

1. 关于计算误差

少用三角函数、除法、开方、求幂、取对数。

比如能除一次不除三次
$$\frac{1.0}{2.0} \times \frac{3.0}{4.0} \times 5.0 = \frac{1.0 \times 3.0 \times 5.0}{2.0 \times 4.0}$$

比较时在不溢出的情况下尽量将除法变为乘法：

$$\$ \{ \frac{a}{b} \} \rightarrow a \rightarrow b \$$$

在不溢出整数范围的情况下，有时可以通过乘 $10^{\lfloor k \rfloor}$ 转化为整数运算，最后把结果转化为浮点数输出。

一般不输出 \$-0\$ 记得处理。

反三角函数有值域问题，比如 $\arccos(1.0000001)$ 会 result 为

有的时候判断两个角相等需要看 $|\text{fabs}(a1-a2)| < \text{eps}$ || $|\text{fabs}(a1-a2)| > 2.0 * \pi - \text{eps}$ || 应该是用 atan2 判断 180° 度的时候，两边会相差 2π 但其实是一个角。

2. 关于 `$atan2$`

$\text{atan2}(0,0)=0, \text{atan2}(1,0)=\pi/2, \text{atan2}(-1,0)=-\pi/2, \text{atan2}(0,1)=0, \text{atan2}(0,-1)=\pi$

所以新学了个处理 `atan2` 函数的手法 `double tmp=atan2(a1); if(sgn(tmp)<0) tmp+=2*pi;` 这样得到的角就是 $[0, 2\pi]$ 的了。

3. 关于叉积，总记不住

`a 叉乘 b 为正代表 a 在 b 的顺时针方向。反之为逆。`

4. 关于三角形

中线长，两次余弦定理 $M_a = \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$

角分线长，三角形面积算两次
$$\frac{bcc\cos(\frac{A}{2})}{b+c}$$
 再通过二倍角公式化成
$$\frac{\sqrt{bc((b+c)^2-a^2)}}{(b+c)}$$

内切圆半径：设 P 为半周长，

我们有 $r = \frac{S}{P} = \frac{\sin B \sin C}{(\sin A + \sin B + \sin C)} = \frac{\sin B \sin C}{(\sin B \cos C + \cos B \sin C + \sin B + \sin C)} = \frac{\sin B \sin C}{(\sin B(\cos C + 1) + (\cos B + 1)\sin C)} = \frac{\sin B \sin C}{\sin B(\cos C + 1) + \sin C(\cos B + 1)} = 4R \sin(\frac{A}{2}) \sin(\frac{B+C}{2})$

$2\})\sin(\{\frac{C}{2}\})$

也有 $r=\{\frac{S}{P}\}=\{\sqrt{\{\frac{(P-a)(P-b)(P-c)}{P}\}}\}$ 但又因为 $r=\frac{r}{P-a}=\tan(\{\frac{A}{2}\})$ 全换了就有 $r=\tan(\{\frac{A}{2}\})\tan(\{\frac{B}{2}\})\tan(\{\frac{C}{2}\})$

已知三角形三点坐标求三角形内切圆圆心：设

$AB=c, AC=b, BC=a, A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3)$ 则内切圆圆心为 $(\{\frac{(ax_1+bx_2+cx_3)}{(a+b+c)}, \{\frac{(ay_1+by_2+cy_3)}{(a+b+c)}, \{\frac{(az_1+bz_2+cz_3)}{(a+b+c)}\})$

5. 关于四边形

圆内接四边形的海伦公式：半周长为 P 四边长为 a, b, c, d 则四边形的面积为 $\{\sqrt{(P-a)(P-b)(P-c)(P-d)}\}$

托勒密定理：圆内接四边形对边乘积和等于对角线乘积。（大概是过一个点做边使得两对三角形相似，然后两个式子加起来就好了）

对于任意四边形：我们设四条边长为 a, b, c, d 对角线长度为 d_1, d_2 对角线中点的连线长度为 m 则有 $a^2+b^2+c^2+d^2=d_1^2+d_2^2+4m^2$ 在一个三角形中做一条边的中线，然后有两条夹边的平方和等于二倍中线平方加底边平方的一半，然后反复套这个公式就好了。具体可以看这个链接

http://m.1010jiajiao.com/czsx/shiti_id_416535c6bf26c87adf869805564d02b3

弓形面积：设半径为 r 角为 A 则这个弓形的面积为 $\{\frac{r^2(A-\sin A)}{2}\}$

6. 关于圆

已知四面体的四个点坐标求四面体内切圆圆心 $\frac{(S_{abc}x_4+S_{abd}x_3+S_{acd}x_2+S_{bcd}x_1)}{S_{sum}}$ 其余维坐标以此类推。

7. 棱台

棱台体积 $\frac{(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2})h}{3}$ 其中 S_1, S_2 表示上下底边 h 表示棱台的高。

8. 圆锥

已知圆锥表面积 S 求最大体积 V 二次函数搞一下，得到结果为 $\frac{S\sqrt{\frac{2S}{\pi}}}{12}$

9.圆台

圆台的体积
$$\frac{\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)h}{3}$$

10.球冠

球冠的表面积：设球冠的高为 H 球的半径为 R 则球冠的表面积为 $2\pi RH$

球冠的体积：参数同上，体积为 $\frac{\pi H^2(3R-H)}{6}$

11.球扇形

当已知球半径和球冠部分的高时，参数同上，两部分加起来全约掉了，最后结果为 $\frac{2\pi R^2 H}{3}$ 表面积同理相加暴算即可，球冠部分搞定剩下就是底面圆周长乘总半径再对半就好了。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%8E%8B%E6%99%BA%E5%BD%AA:%E6%96%80%E8%AE%A1%E7%AE%97%E5%87%A0%E4%BD%95%E6%80%BB%E7%BB%93&rev=1630982602

