

AC自动机

算法思想

\$AC\$ 自动机 \$=TRIE+KMP\$

所有的模式串构成一棵 \$TRIE\$ 并在 \$Trie\$ 树上所有结点构造失配指针 \$KMP\$ 思想。

为了进行多模式匹配。

\$Trie\$ 构建操作和 \$trie\$ 的 \$insert\$ 的操作一模一样，其中每个结点代表某个字符串（也有可能是很多个）的某个前缀。

构建 \$fail\$ 指针：

和 \$KMP\$ 一样，是失配的时候用于跳转的指针。

\$KMP\$ 要求最长相同真前后缀，但是 \$AC\$ 自动机只需要相同后缀。即状态 \$u\$ 的 \$fail\$ 指针指向另一个状态 \$v\$ 且 \$v\$ 是 \$u\$ 的最长后缀，有可能来自不同的字符串。

现在假设字典树中有一个结点 \$u\$ 且 \$u\$ 的父节点是 \$p\$ 且 \$p\$ 通过字符 \$c\$ 的边指向 \$u\$ 即 \$ch[p][c]=u\$ 现在分情况讨论：

如果 \$ch[fail[p]][c]\$ 存在，那么相当于失配那个状态后面也恰好有字符 \$c\$ 所以现在这个状态往下延伸字符 \$c\$ 刚好失配那里也可以匹配到，于是 \$u\$ 的 \$fail\$ 指针指向 \$ch[fail[p]][c]\$

如果 \$ch[fail[p]][c]\$ 不存在，说明这个失配的状态不满足，需要继续跳 \$fail\$ 就是 \$ch[fail[fail[p]]][c]\$ 一直重复下去，直到 \$fail\$ 指针跳到根节点，此时没有办法，将 \$fail\$ 指针指向根节点。

算法实现

建树函数 \$build()\$ 目标是构建 \$fail\$ 指针以及构建自动机。我们采用 \$BFS\$ 来遍历字典树。

先给根节点自己连 \$fail\$ 指针，指向自己，接着对根节点连出去的边开始操作。

如果根节点连向某个字符，就把 \$fail\$ 指针指到根节点，毕竟长度为 \$1\$，失配就无了。然后把这个深度为 \$1\$ 的点入队。

接下来，当队列不为空时我们每次取队首，就是 \$BFS\$ 啦，并且取出的点在之前已经求过了 \$fail\$ 指针。之后这个点就相当于上文提到的 \$p\$ 如果他连出了某一条边，那么他这个儿子的失配位置，就是他的失配位置向下连这个字符的边（这里按照上面所说应该分类讨论不存在一直跳 \$fail\$ 但是我们做了一些操作简化），并且将这个儿子入队。如果不存在这个儿子，就连到失配位置的对应字符的边，这样前一种指向的边其实已经是一直跳 \$fail\$ 的结果了，相当于路径压缩。

匹配函数 \$query()\$

循环遍历匹配串，用一个变量 \$nownode\$ 记录当前位置，利用 \$fail\$ 指针找出所有匹配的模式串，累加到答案中，然后清零。再来一个 \$tmpnode\$ 一直跳 \$fail\$ 指针，而不动 \$nownode\$

时间复杂度：连了 \$trie\$ 图的复杂度是 $O(\sum |s_i| + n|\sum| + |S|)$ $\square$ n 是 \$AC\$ 自动机的结点数，最大可以到 $O(\sum |s_i|)$ $\square$

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
#define maxn 1000100
//一种理解是AC自动机 是把kmp放在了Trie树上
//end数组的意思是以这个节点为结尾的单词一共有多少个（任意字母都算在内）
//nxt数组的意思是节点编号的以不同字母结尾的下一个节点编号
struct Trie {
    int nxt[maxn][26], fail[maxn], end[maxn], vis[maxn];
    int root, size;
    int new_node() {
        for(int i=0; i<26; i++) nxt[size][i]=-1;
        end[size++]=0;
        return size-1;
    }
    void init() {
        size=0;
        root=new_node();
        memset(vis,0,sizeof(vis));
    }
    void insert(char tmp[]) {
        int len=strlen(tmp), now_node=root;
        for(int i=0; i<len; i++) {
            if(nxt[now_node][tmp[i]-'a']==-1) nxt[now_node][tmp[i]-'a']=new_node();
            now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'a'];
        }
        end[now_node]++;
    }
    void build_Trie() {
        queue<int> q_trie;
        fail[root]=root;
        for(int i=0; i<26; i++) {
            if(!(~nxt[root][i])) nxt[root][i]=root;
            else {
                fail[nxt[root][i]]=root;
                q_trie.push(nxt[root][i]);
            }
        }
        while(!q_trie.empty()) {
            int now_node=q_trie.front();
            q_trie.pop();
            for(int i=0; i<26; i++) {
                if(!(~nxt[now_node][i]))
                    nxt[now_node][i]=nxt[fail[now_node]][i];
                else {

```

```

        fail[nxt[now_node][i]]=nxt[fail[now_node]][i];
        q_trie.push(nxt[now_node][i]);
    }
}
}
}
}
int query(char tmp[]) {
    int len=strlen(tmp),now_node=root,ans=0;
    for(int i=0; i<len; i++) {
        now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'a'];
        int tmp_node=now_node;
        while(tmp_node!=root&&!vis[tmp_node]) {
            ans+=end[tmp_node];
            end[tmp_node]=0;
            vis[tmp_node]=1;
            tmp_node=fail[tmp_node];
        }
    }
    return ans;
}
} AC;
int n;
char str[1000100];
int main() {
    scanf("%d",&n);
    AC.init();
    for(int i=0; i<n; i++) {
        scanf("%s",str);
        AC.insert(str);
    }
    AC.build_Trie();
    scanf("%s",str);
    printf("%d",AC.query(str));
    return 0;
}

```

如果这么写就裂开了。因为对于都是 a 的字符串，跳 $fail$ 会一个一个跳，复杂度可能到平方级别。但注意到，我们每次都要跳 $fail$ ，于是我们只需要把 $fail$ 指针指向的点作为该节点的父亲，然后树形 dp 一下，就好了。

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
#define maxn 1001000
int mp[maxn];
int es,first[maxn];
struct Edge {
    int to,next;
}edge[maxn];

```

```
void add(int fr,int to) {
    edge[++es].to = to;
    edge[es].next = first[fr];
    first[fr] = es;
}

struct Trie {
    int
    root,size,maxv,nxt[maxn][27],fail[maxn],vis[maxn],pos[maxn],L[maxn],last[ma
    xn],num[maxn],ipos[maxn];
    int new_node() {
        for(int i=0; i<27; i++) nxt[size][i]=-1;
        size++;
        //end[size++]=0;
        return size-1;
    }
    void init() {
        for(int i=0; i<=size; i++) {
            vis[i]=0,pos[i]=0;//end[i]=0;
        }
        maxv=0;
        size=0;
        root=new_node();
    }
    void insert2(char tmp[],int nu) {
        int len=strlen(tmp),now_node=root;
        for(int i=0; i<len; i++) {
            if(nxt[now_node][tmp[i]-'a']==-1) nxt[now_node][tmp[i]-
            'a']=new_node();
            now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'a'];
        }
        if(!pos[now_node]) {
            pos[now_node]=nu;
            mp[nu]=nu;
            ipos[nu]=now_node;
        } else {
            mp[nu]=mp[pos[now_node]];
            ipos[nu]=now_node;
        }
        L[nu]=len;
    }
    void build_Trie() {
        queue <int> q_trie;
        fail[root]=root;
        for(int i=0; i<27; i++) {
            if(!nxt[root][i]) nxt[root][i]=root;
            else {
                fail[nxt[root][i]]=root;
                q_trie.push(nxt[root][i]);
            }
        }
    }
}
```

```

        while(!q_trie.empty()) {
            int now_node=q_trie.front();
            q_trie.pop();
            for(int i=0; i<27; i++) {
                if(!(~nxt[now_node][i]))
nxt[now_node][i]=nxt[fail[now_node]][i];
                else {
                    fail[nxt[now_node][i]]=nxt[fail[now_node]][i];
                    q_trie.push(nxt[now_node][i]);
                }
            }
        }
    }
}

int query2(char tmp[],int len) {
    int ansss=0;
    int now_node=root;
    for(int i=1; i<=len; i++) {
        now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'a'];
        int tmp_node=now_node;
        while(tmp_node>0) {
            if(pos[tmp_node]) {
                num[pos[tmp_node]]++;
            }
            tmp_node=fail[tmp_node];
        }
    }
    return ansss;
}

void query3(char tmp[],int len) {
    int now_node=root;
    for(int i=1;i<=len;i++) {
        now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'a'];
        num[now_node]++;
    }
}

void build() {
    for(int i=1;i<=size;i++) {
        add(fail[i],i);
    }
}

void dfs(int now) {
    //printf("%d\n",now);
    for(int i=first[now];~i;i=edge[i].next) {
        int to=edge[i].to;
        dfs(to);
        num[now]+=num[to];
    }
}
}
} AC;
char str[maxn];
char str1[maxn];

```

```
int main() {
    memset(first, -1, sizeof(first));
    int t;
    scanf("%d", &t);
    AC.init();
    for(int i=1; i<=t; i++) {
        scanf("%s", str);
        AC.insert2(str, i);
    }
    scanf("%s", str1+1);
    int len1=strlen(str1+1);
    AC.build_Trie();
    AC.query3(str1, len1);
    AC.build();
    AC.dfs(0);
    for(int i=1; i<=t; i++) {
        printf("%d\n", AC.num[AC.ipos[mp[i]]]);
    }
    return 0;
}
```

代码练习

1. <https://www.luogu.com.cn/problem/P3041>

题目大意

给定 n 个字符串和一个长度 k 让求一个字符串长度为此长度，且这些字符串在这个字符串中出现次数之和最大 $n \leq 20, k \leq 10^3$ ，且这些字符串长度均不超过 15。所有字符串只含有 A, B, C

题目解析

显然是个 dp 如果设 $dp[i][j]$ 表示长度到 i 后十五个字符为状态 j (状压一下) 的最大个数。这样复杂度是爆炸的，这些状态里有很多是不合适的，有很多是血亏的，其实我们只需要这些字符串中某些字符串的后缀往下走就好了，所以考虑 AC 自动机。这样我们第二维其实就是所有字符串的状态节点数，这个节点数是不会超过 300 的。

然后是 dp 的转移 $dp[i][ch[j][k]] = \max(dp[i][ch[j][k]], dp[i-1][j] + val[ch[j][k]])$ 那么问题在于怎么计算 val 数组。这个数组代表我到了这个结点，有多少个字符串新出现了，首先，以这个点为结尾的字符串数要算上，之后，对于跳 $fail$ 结点，显然也可以算到这个里面，所以有 $val[u] = val[fail[u]] + cnt[u]$ 其中 $cnt[u]$ 是字符串们在这个点出现了多少次，这个插入的时候可以算。这里我们在 BFS 的时候进行计算，这样失配点的答案已经是正确的，所以当前点的答案也是正确的。

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
```

```

typedef long long ll;
#define maxn 20200
int mp[maxn];
struct Trie {
    int
    root,size,maxv,nxt[maxn][3],fail[maxn],vis[maxn],pos[maxn],L[maxn],last[maxn],num[maxn],ipos[maxn],val[maxn],cnt[maxn];
    int new_node() {
        for(int i=0; i<3; i++) nxt[size][i]=-1;
        size++;
        //end[size++]=0;
        return size-1;
    }
    void init() {
        for(int i=0; i<=size; i++) {
            vis[i]=0,pos[i]=0;//end[i]=0;
        }
        maxv=0;
        size=0;
        root=new_node();
    }
    void insert2(char tmp[],int nu) {
        int len=strlen(tmp),now_node=root;
        for(int i=0; i<len; i++) {
            if(nxt[now_node][tmp[i]-'A']==-1) nxt[now_node][tmp[i]-'A']=new_node();
            now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'A'];
        }
        if(!pos[now_node]) {
            pos[now_node]=nu;
            mp[nu]=nu;
            ipos[nu]=now_node;
        } else {
            mp[nu]=mp[pos[now_node]];
            ipos[nu]=now_node;
        }
        L[nu]=len;
        cnt[now_node]++;
    }
    void build_Trie() {
        queue<int> q_trie;
        fail[root]=root;
        for(int i=0; i<3; i++) {
            if(!nxt[root][i]) nxt[root][i]=root;
            else {
                fail[nxt[root][i]]=root;
                q_trie.push(nxt[root][i]);
            }
        }
        while(!q_trie.empty()) {
            int now_node=q_trie.front();

```

```
        q_trie.pop();
        for(int i=0; i<3; i++) {
            if(!(~nxt[now_node][i]))
nxt[now_node][i]=nxt[fail[now_node]][i];
            else {
                fail[nxt[now_node][i]]=nxt[fail[now_node]][i];
                q_trie.push(nxt[now_node][i]);
            }
        }
        val[now_node]=val[fail[now_node]]+cnt[now_node];
    }
}
} AC;
char str[maxn];
char str1[maxn];
int dp[2021][321],ans,n;
int main() {
    int t;
    scanf("%d %d",&t,&n);
    AC.init();
    for(int i=1; i<=t; i++) {
        scanf("%s",str);
        AC.insert2(str,i);
    }
    AC.build_Trie();
    memset(dp,0xaf,sizeof(dp));
    dp[0][0]=0;
    for(int i=1;i<=n;i++) {
        for(int j=0;j<AC.size;j++) {
            for(int k=0;k<3;k++) {
                dp[i][AC.nxt[j][k]] =
max(dp[i][AC.nxt[j][k]],dp[i-1][j]+AC.val[AC.nxt[j][k]]);
            }
        }
    }
    for(int i=0;i<AC.size;i++) {
        if(dp[n][i]>=ans) ans=dp[n][i];
    }
    printf("%d\n",ans);
    return 0;
}
```

2.<https://www.luogu.com.cn/problem/P3121>

题目大意

给定一个长度不超过 10^5 的字符串，又给了 n 个单词记为 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 。每次删除在大字符串中出现最早的列表中的单词，然后拼接，直到不能再删，保证列表中单词不会出现一个单词是另

一个单词子串的情况，让输出最后的字符串。

题目解析

建立 \$AC\$ 自动机，遇到某个字符串的结尾，就删掉，用一个栈存有哪些字符还留着，删的时候一直弹栈，然后跳到栈顶代表的结点就行了，最后输出栈中所有字符即可。

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
#define maxn 202000
int mp[maxn];
struct Trie {
    int
    root,size,maxv,nxt[maxn][26],fail[maxn],vis[maxn],pos[maxn],L[maxn],last[ma
    xn],num[maxn],ipos[maxn],val[maxn],cnt[maxn];
    int new_node() {
        for(int i=0; i<26; i++) nxt[size][i]=-1;
        size++;
        //end[size]=0;
        return size-1;
    }
    void init() {
        for(int i=0; i<=size; i++) {
            vis[i]=0,pos[i]=0;//end[i]=0;
        }
        maxv=0;
        size=0;
        root=new_node();
    }
    void insert2(char tmp[],int nu) {
        int len=strlen(tmp),now_node=root;
        for(int i=0; i<len; i++) {
            if(nxt[now_node][tmp[i]-'a']==-1) nxt[now_node][tmp[i]-
            'a']=new_node();
            now_node=nxt[now_node][tmp[i]-'a'];
        }
        if(!pos[now_node]) {
            pos[now_node]=nu;
            mp[nu]=nu;
            ipos[nu]=now_node;
        } else {
            mp[nu]=mp[pos[now_node]];
            ipos[nu]=now_node;
        }
        L[now_node]=len;
        cnt[now_node]++;
    }
    void build_Trie() {
        queue <int> q_trie;
```

```
fail[root]=root;
for(int i=0; i<26; i++) {
    if(!(~nxt[root][i])) nxt[root][i]=root;
    else {
        fail[nxt[root][i]]=root;
        q_trie.push(nxt[root][i]);
    }
}
while(!q_trie.empty()) {
    int now_node=q_trie.front();
    q_trie.pop();
    for(int i=0; i<26; i++) {
        if(!(~nxt[now_node][i]))
nxt[now_node][i]=nxt[fail[now_node]][i];
        else {
            fail[nxt[now_node][i]]=nxt[fail[now_node]][i];
            q_trie.push(nxt[now_node][i]);
        }
    }
    val[now_node]=val[fail[now_node]]+cnt[now_node];
}
}
} AC;
char str[maxn];
char str1[maxn];
int n,pos[maxn];
stack<int> sta;
vector<int> vv;
int main() {
    int t;
    scanf("%s",&str);
    int len=strlen(str);
    AC.init();
    scanf("%d",&n);
    for(int i=1;i<=n;i++) {
        scanf("%s",str1);
        AC.insert2(str1,i);
    }
    AC.build_Trie();
    int now_node=AC.root;
    for(int i=0;i<len;i++) {
        now_node=AC.nxt[now_node][str[i]-'a'];
        pos[i]=now_node;
        sta.push(i);
        if(AC.L[now_node]) {
            for(int j=0;j<AC.L[now_node];j++) {
                sta.pop();
            }
        }
        if(!sta.empty()) now_node=pos[sta.top()];
        else now_node=AC.root;
    }
}
```

```
    }  
    //printf("%d %d\n",i,sta.size());  
}  
while(!sta.empty()) {  
    vv.push_back(sta.top());  
    sta.pop();  
}  
for(int i=vv.size()-1;i>=0;i--) {  
    printf("%c",str[vv[i]]);  
}  
return 0;  
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%8E%8B%E6%99%BA%E5%BD%AA:ac%E8%87%AA%E5%8A%A8%E6%9C%BA

Last update: 2021/07/24 11:14