

D. Diameter Counting

题意

输出所有 n 标号树的直径和。

题解

考虑求树的直径的过程，可以先删去所有叶子结点，得到一棵新树，称为一次操作。然后再不断对新树进行操作，知道最后剩下一个或两个结点。

此时如果只剩下一个结点，则树的直径为操作次数 $\times 2$ ；如果剩下两个结点，则树的直径为操作次数 $\times 2 + 1$ 。

考虑通过逆算法反向构建树。设 $f(i, j)$ 表示有 j 个叶子结点的 i 标号树个数，假设上一步操作删除了 $k (k \geq j)$ 个叶子。

于是问题等价于给这 k 个叶子找一个父结点，使得原来的 j 个叶子结点至少有一个儿子。

同时对于这 $i+k$ 个结点，标号是任意的，对所有 $i+k$ 标号树而言，删去 k 个叶子结点得到的树的标号方式实际上有 $\binom{i+k}{j} f(i, j)$ 种。

设 $g(i, j, k)$ 表示长度为 k 且每个位置有 i 种可选取值且特定的 j 个值至少出现一次的序列个数，于是有

$$f(i+k, k) = \sum_j g(i, j, k) f(i, j) \binom{i+k}{j}$$

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%BB%84%E9%98%9F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95:%E7%BC%93%E5%86%B2%E5%8C%BA&rev=1629270924
Last update: 2021/08/18 15:15

