

# K. Walking

## 题意

给定一个  $n \times m$  的网格和初始点  $(a, b)$ ，求从初始点出发移动  $t$  步且始终不出界的情况下所有走法。

## 题解

显然横轴坐标是独立的，可以分开考虑。

设  $f(s, n, a)$  表示从一维坐标轴从  $a$  点出发走  $s$  步且始终处于  $[1, n]$  范围内的所有走法。于是答案为

$$\sum_{i=0}^t \binom{t}{i} f(i, n, a) f(t-i, m, b)$$

接下来考虑如何计算  $f(s, n, a)$  ( $s \in [0, t]$ ) 的计算方式类同。

方案一：设  $\text{dp}(i, j)$  表示走  $i$  步最后位于  $j$  点且始终为出界的方案数，不难得到一个  $O(nt)$  的暴力解法。

方案二：不难发现，有

$$\begin{aligned} \text{f}(s, n, a) &= \sum_{i=1}^n \text{dp}(s, i) \\ &= \text{dp}(s-1, 1) + \sum_{i=2}^{n-1} (\text{dp}(s-1, i-1) + \text{dp}(s-1, i+1)) + \text{dp}(s-1, n) \\ &= 2\text{f}(s-1, n, a) - \text{dp}(s-1, 1) - \text{dp}(s-1, n) \end{aligned}$$

于是问题转化为计算  $\text{dp}(s, 1), \text{dp}(s, n)$



From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team  
 Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:%E7%BB%B4%E9%98%9F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95%E7%BC%93%E5%86%B2%E5%8C%BA&rev=1629341343](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%BB%B4%E9%98%9F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95%E7%BC%93%E5%86%B2%E5%8C%BA&rev=1629341343)  
 Last update: 2021/08/19 10:49

