

K. Walking

题意

给定一个 $n \times m$ 的网格和初始点 (a,b) 求从初始点出发移动 t 步且始终不出界的情况下的所有走法。

题解

显然横轴坐标是独立的，可以分开考虑。

设 $f(s,n,a)$ 表示从一维坐标轴从 a 点出发走 s 步且始终处于 $[1,n]$ 范围内的情况下的所有走法。于是答案为

$$\sum_{i=0}^t \binom{t}{i} f(i,n,a) f(t-i,m,b)$$

接下来考虑如何计算 $f(s,n,a)$ 的计算方式类同。

方案一：设 $dp(i,j)$ 表示走 i 步最后位于 j 点且始终为界的方案数，不难得到一个 $O(nt)$ 的暴力解法。

方案二：不难发现，有

$$\begin{aligned} f(s,n,a) &= \sum_{i=1}^n dp(s,i) \\ &= dp(s-1,1) + \sum_{i=2}^{n-1} (dp(s-1,i-1) + dp(s-1,i+1)) + dp(s-1,n) \\ &= 2f(s-1,n,a) - dp(s-1,1) - dp(s-1,n) \end{aligned}$$

于是问题转化为计算 $dp(s,1), dp(s,n)$



From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%BB%84%E9%98%F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95%E7%BC%93%E5%86%B2%E5%8C%BA&rev=1629341343

Last update: 2021/08/19 10:49