

[比赛链接](#)

补题情况

题目	蒋贤蒙	王赵安	王智彪
A	0	0	0
B	0	0	0
C	0	0	0
D	2	0	0
E	0	0	0
G	0	0	0
J	2	0	0
K	0	0	0

题解

D. Gambling Monster

题意

给定一个数 x 初始值为 0 。每次操作随机获得一个数 $y \in [0 \sim n-1]$ 其中 $y=i$ 的概率为 p_i

每次操作 $x \gets \max(x, x \oplus y)$ 求 x 变成 $n-1$ 的期望操作次数。保证 n 为 2 的幂次。

题解

设 $\text{dp}(i)$ 表示从 i 到 $n-1$ 的期望操作次数，则 $\text{dp}(n-1)=0$ 题目答案为 $\text{dp}(0)$ 不难得到以下状态转移

$$\text{dp}(i) = 1 + \sum_{j \oplus i > i} p_j \text{dp}(j \oplus i) + \sum_{j \oplus i \leq i} p_j \text{dp}(i)$$

移项，得

$$\text{dp}(i) = \frac{1 + \sum_{j \oplus i > i} p_j \text{dp}(j \oplus i)}{\sum_{j \oplus i > i} p_j}$$

考虑满足 $j \oplus i \geq i$ 的 j 的范围。设 $i=010100$ 从高位到低位考虑合法的 j

不难发现 $j \in [100000 \sim 111111] \cup [001000 \sim 001111] \cup [000010 \sim 000011] \cup [000001 \sim 000001]$

预处理 p_j 的前缀和，不难计算出 $\sum_{j \oplus i > i} p_j$ 接下来考虑怎么计算 $\sum_{j \oplus i > i} p_j \text{dp}(j \oplus i)$

实际上，可以从后往前 dp 刷表法更新 $\sum_{j \oplus i > i} p_j \text{dp}(j \oplus i)$

当计算完 $i=010100$ 时 $\text{dp}(010100 \sim 010111)$ 正好全部算出，取 $j=[000100 \sim 000111]$

利用 FWT 计算 $\text{dp}(010100 \sim 010111)$ 对 $\text{dp}(010000 \sim 010011)$ 的贡献。

贡献计算的时间复杂度 $O(\sum_{i=1}^n \text{lowbit}(i) \log \left(\text{lowbit}(i) \right) \sim O(n \log^2 n))$

ps. 标程是 CDQ 分治套 FWT 突然感觉简单了不少。

```
const int MAXN=1<<17,mod=1e9+7;
int quick_pow(int n,int k){
    int ans=1;
    while(k){
        if(k&1)ans=1LL*ans*n%mod;
        n=1LL*n*n%mod;
        k>>=1;
    }
    return ans;
}
void XOR(int *f,int n,int type){
    int t1,t2,t3=type==1?1:quick_pow(2,mod-2);
    for(int i=1;i<n;i<<=1)
        for(int j=0;j<n;j+=(i<<1))
            _for(k,j,j+i){
                t1=f[k],t2=f[k+i];
                f[k]=1LL*(t1+t2)*t3%mod;
                f[k+i]=1LL*(t1-t2)*t3%mod;
            }
}
#define lowbit(x) ((x)&(-x))
int a[MAXN],pre[MAXN],dp[MAXN],temp1[MAXN],temp2[MAXN];
void solve(){
    int n=read_int(),s=0,bt=0;
    while(n!=(1<<bt))bt++;
    bt--;
    _for(i,0,n){
        a[i]=read_int();
        s+=a[i];
        pre[i]=s;
    }
    s=quick_pow(s,mod-2);
    _for(i,0,n){
        a[i]=1LL*a[i]*s%mod;
        pre[i]=1LL*pre[i]*s%mod;
    }
    mem(dp,0);
    for(int i=n-2;i>=0;i--){
        dp[i]++;
    }
}
```

```

    int d=0;
    for(int j=bt;j>=0;j--){
        if((i&(1<<j))==0)
            d=(d+pre[(1<<(j+1))-1]-pre[(1<<j)-1])%mod;
    }
    dp[i]=1LL*dp[i]*quick_pow(d,mod-2)%mod;
    int len=lowbit(i);
    _for(j,0,len){
        temp1[j]=dp[i+j];
        temp2[j]=a[j^len];
    }
    XOR(temp1,len,1);
    XOR(temp2,len,1);
    _for(j,0,len)
        temp1[j]=1LL*temp1[j]*temp2[j]%mod;
    XOR(temp1,len,0);
    _for(j,0,len)
        dp[(i^len)+j]=(dp[(i^len)+j]+temp1[j])%mod;
    }
    enter((dp[0]+mod)%mod);
}
int main(){
    int T=read_int();
    while(T--){
        solve();
    }
    return 0;
}

```

J. Defend Your Country

题意

给定 n 个点 m 条边的连通图，要求删去任意条边，最大化图的点权和。

其中第 i 个点的点权的绝对值为 a_i 。如果该点所在连通块大小为偶数则权值为正，否则为负。

题解

不难发现如果 n 为偶数则不需要任何删边。

如果 n 为奇数，如果最优解中存在一个大小不为 1 的奇连通块，任取该连通块的一个点删去所有相关连边一定不会使得答案变劣。

因此不妨考虑强制删一个点，如果这个点不是割点，显然删除该点后不需要额外删点，统计此时的答案。

如果这个点是割点，则需要考虑删去这个点得到的剩余连通分量，如果每个连通分量大小都是偶数，显然也不需要额外删点。

否则，删去该点后得到至少两个奇连通分量，还要继续在奇连通分量中删点，事实上，这种策略一定不是最优的，下面给出证明：

假设这是最优策略，则所有删去的点一定是原图中的割点，否则如果存在非割点一开始删去该点才是最优。

另外，每次删去割点一定得到的都是奇连通块，否则考虑 (偶连通块-第二个割点-偶连通块)-第一个割点-奇连通块的情况。

其中原策略是删除第一个割点后得到奇连通块 (偶连通块-第二个割点-偶连通块)，再删除第二个割点。这样一定不如直接删去第二个割点。

于是由于每个割点删完后一定存在与他相邻的奇连通块，然后又要在奇数连通块中删割点，于是每个割点一定有两个相邻割点。

考虑在原图建立点双树，易知点双树的叶子割点一定没有两个相邻割点，矛盾。因此假设不成立。

至于维护删除割点后的其他连通分量奇偶性可以在跑 dfs 树时顺便维护子树大小，根据子树奇偶性判断。

特别注意即使 u 是割点，删除 u 也不能保证 u 的每个子树都构成独立连通分量。

事实上如果 $\text{low}[v] < \text{dfn}[u]$ 则说明 v 和 u 的祖先结点属于同一个点双连通分量，不要重复判定。比赛的时候就这里假了，长了个教训

时间复杂度 $O(n+m)$

```
const int MAXN=1e6+5,MAXM=2e6+5,Inf=1e9;
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXM<<1];
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int low[MAXN],dfn[MAXN],sz[MAXN],dfs_t;
bool iscut[MAXN],fib[MAXN];
void dfs(int u,int fa){
    low[u]=dfn[u]=++dfs_t;
    int child=0;
    sz[u]=1;
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(v==fa)continue;
        if(!dfn[v]){
            dfs(v,u);
            sz[u]+=sz[v];
            if(sz[v]%2&&low[v]>=dfn[u])
                fib[u]=true;
            low[u]=min(low[u],low[v]);
            if(low[v]>=dfn[u]&&u!=fa)
                iscut[u]=true;
            if(u==fa)child++;
        }
    }
}
```

```

    }
    low[u]=min(low[u],dfn[v]);
}
if(u==fa&&child>=2)
iscut[u]=true;
}
int a[MAXN];
void solve(){
int n=read_int(),m=read_int();
LL ans=0;
edge_cnt=0,dfs_t=0;
_rep(i,1,n){
a[i]=read_int();
head[i]=0;
dfn[i]=0;
iscut[i]=0;
fib[i]=0;
ans+=a[i];
}
while(m--){
int u=read_int(),v=read_int();
Insert(u,v);
Insert(v,u);
}
if(n%2==0){
enter(ans);
return;
}
dfs(1,1);
int det=Inf;
_rep(i,1,n){
if(!iscut[i])
det=min(det,a[i]);
else if(!fib[i])
det=min(det,a[i]);
}
enter(ans-det*2);
}
int main(){
int T=read_int();
while(T--){
solve();
}
return 0;
}

```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%BB%84%E9%98%9F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95:contest10&rev=1627961015

Last update: 2021/08/03 11:23