

[比赛链接](#)

## 补题情况

题目	蒋贤蒙	王赵安	王智彪
B	0	0	0
C	2	0	1
F	2	0	1
G	0	0	0
H	0	0	0
I	0	0	0
J	2	1	0

## 题解

### C. Fuzzy Graph

#### 题意

给定一个连通图，要求将图上每个点染成  $\text{RGB}$  三种颜色。对应边  $(u,v)$  如果  $u,v$  同色，则该边染成  $u,v$  的颜色，否则该边染成黑色。

要求构造一种染色方案，使得删除图中所有非黑边仍然可以使图连通，同时满足如下两个条件之一：

- $\text{RGB}$  三种颜色的点一样多，数据保证  $3 \mid n$
- $X$  是点集中出现次数最多的颜色(允许有其他颜色出现次数和他相同)，且不存在边的颜色为  $X$

#### 题解

首先跑一遍  $\text{dfs}$  树，然后用  $\text{RG}$  两种颜色进行二染色，这样所有树边都是黑色边，图保证连通。

接下来，设  $c_0$  表示  $\text{R}$  颜色在点集中出现的次数，设  $c_1$  表示  $\text{G}$  颜色在点集中出现的次数。

若  $c_0 \leq \frac{n}{3}$  或者  $c_1 \leq \frac{n}{3}$  则考虑构造第二个条件：将所有叶子结点染成颜色  $\text{B}$

事实上，由于叶子结点在  $\text{dfs}$  树上只有返祖边，所以所有叶子节点之间一定没有连边，即不存在颜色为  $\text{B}$  的边。

另一方面，不妨设  $c_0 \leq \frac{n}{3}$  则所有颜色为  $\text{G}$  的非叶子结点至少是一个颜色为  $\text{R}$  的结点的父亲，所以所有颜色为  $\text{G}$  的非叶子结点个数不超过  $\frac{n}{3}$

由于颜色为  $\text{R}$  的非叶子结点个数不超过颜色为  $\text{R}$  的结点总个数  $c_0$  所有颜色为  $\text{R}$  的非叶子结点个数也不超过  $\frac{n}{3}$

所以叶子结点总个数一定不小于  $\frac{n}{3}$  且将叶子结点染成  $B$  后  $B$  出现次数一定最多。

若  $c_0 \geq \frac{n}{3}$  且  $c_1 \geq \frac{n}{3}$  则考虑构造第一个条件：从深到浅贪心染色，如果当前结点颜色出现个数大于  $\frac{n}{3}$  且相邻结点颜色不为  $B$  则染成  $B$

事实上，设  $c_0 = \frac{n+d_0}{3}, c_1 = \frac{n+d_1}{3}$  根据上述构造，易知  $G$  被染色成  $B$  的个数不超过  $d_1$

而由于是从深到浅染色，所以每个从  $G$  被染色成  $B$  的结点只会  $\text{ban}$  他的父结点，不考虑  $\text{ban}$  儿子结点。

所有  $R$  结点的可选染色位置最多被  $\text{ban}$   $d_1$  个位置，于是要从余下  $\frac{n+d_0}{3} - d_1$  个位置中选出  $d_0$  个位置，这一定是可行的。

同理，所有  $G$  结点一定也可以选出  $d_1$  个位置染成  $B$

总时间复杂度  $O(n+m)$

```
const int MAXN=3e5+5,MAXM=5e5+5;
const char s[]="RGB";
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXM<<1];
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int ans[MAXN],fa[MAXN],d[MAXN],cnt[2];
bool fib[MAXN];
vector<int> node[MAXN],leaf;
void dfs(int u,int f){
    ans[u]=ans[f]^1;
    cnt[ans[u]]++;
    d[u]=d[f]+1;
    fa[u]=f;
    node[d[u]].push_back(u);
    bool flag=false;
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(v==f||d[v])continue;
        flag=true;
        dfs(v,u);
    }
    if(!flag)
        leaf.push_back(u);
}
void solve(){
    int n=read_int(),m=read_int();
    _rep(i,1,n){
        head[i]=0;
```

```

        d[i]=0;
        fib[i]=false;
        node[i].clear();
    }
    cnt[0]=cnt[1]=0;
    leaf.clear();
    edge_cnt=0;
    while(m--){
        int u=read_int(),v=read_int();
        Insert(u,v);
        Insert(v,u);
    }
    dfs(1,0);
    if(cnt[0]<=n/3||cnt[1]<=n/3){
        for(int v:leaf)
            ans[v]=2;
    }
    else{
        for(int i=n-1;i;i--){
            for(int v:node[i]){
                if(fib[v]||cnt[ans[v]]==n/3)continue;
                cnt[ans[v]]--;
                ans[v]=2;
                fib[fa[v]]=true;
            }
        }
        _rep(i,1,n)
        putchar(s[ans[i]]);
        putchar('\n');
    }
}
int main(){
    int T=read_int();
    while(T--)
        solve();
    return 0;
}

```

## J. Tree

### 题意

给定一棵树和两个人的初始位置  $s, t$  两个人在树上轮流移动，两个人走过的点都不能再走且两个人不能在同一点。

每个人的分数为自己无法移动时走过的点数，两个人都希望最大化自己和另一个人的分数差，问最终先手的分数减去后手分数的值。

## 题解

首先以先手为根建树，树形  $\text{dp}$  求出每个点  $u$  不经过  $s, t$  链上的点能到达的最远距离  $a(u)$  设链上的点为  $v_1, v_2 \cdots v_k$  其中  $v_1 = s, v_k = t$

定义  $\text{solve}(l, r, 0/1)$  表示第一个人位于  $v_l$  第二个人位于  $v_r$   $0/1$  表示轮到先手/后手行动的答案。

对  $\text{solve}(l, r, 0)$  先手如果选择进入子树，此时答案为  $a(v_l) + l - 1 - \max_{l < x \leq r} (a(v_x) + k - x)$

如果选择不进入子树，则答案为  $\text{solve}(l+1, r, 1)$  所以两种情况取  $\max$  即可，后手情况类似。

上述转移可以使用  $\text{ST}$  表，时间复杂度  $O(n \log n)$

```
const int MAXN=5e5+5,MAXM=20;
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXN<<1];
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int p[MAXN];
multiset<int> dp[MAXN];
void dfs(int u,int fa){
    dp[u].insert(1);
    p[u]=fa;
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(v==fa)continue;
        dfs(v,u);
        dp[u].insert(*dp[v].rbegin()+1);
    }
}
struct ST{
    int d[MAXN][MAXM],lg2[MAXN];
    void build(int *a,int n){
        lg2[1]=0;
        _rep(i,2,n)
        lg2[i]=lg2[i>>1]+1;
        _for(i,0,n)
        d[i][0]=a[i];
        for(int j=1;(1<<j)<=n;j++){
            _for(i,0,n+1-(1<<j))
                d[i][j]=max(d[i][j-1],d[i+(1<<(j-1))][j-1]);
        }
    }
    int query(int lef,int rig){
        int len=rig-lef+1;
```

```

        return max(d[lef][lg2[le]],d[rig-(1<<lg2[le])+1][lg2[le]]);
    }
}st1,st2;
int mv1[MAXN],mv2[MAXN];
int solve(int l,int r,int pos){
    if(l+1==r)
        return mv1[l]-mv2[r];
    if(pos==0)
        return max(mv1[l]-st2.query(l+1,r),solve(l+1,r,!pos));
    else
        return min(st1.query(l,r-1)-mv2[r],solve(l,r-1,!pos));
}
int main(){
    int n=read_int(),s=read_int(),t=read_int();
    _for(i,1,n){
        int u=read_int(),v=read_int();
        Insert(u,v);
        Insert(v,u);
    }
    dfs(s,0);
    vector<int> vec;
    int pos=t;
    while(pos){
        vec.push_back(pos);
        pos=p[pos];
    }
    reverse(vec.begin(),vec.end());
    _for(i,0,vec.size()){
        int v=vec[i];
        if(i!=vec.size()-1){
            int v2=vec[i+1];
            dp[v].erase(dp[v].find(*dp[v2].rbegin()+1));
        }
    }
    _for(i,0,vec.size()){
        mv1[i]=*dp[vec[i]].rbegin()+i;
        mv2[i]=*dp[vec[i]].rbegin()+vec.size()-i-1;
    }
    st1.build(mv1,vec.size());
    st2.build(mv2,vec.size());
    enter(solve(0,vec.size()-1,0));
    return 0;
}

```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:%E7%BB%84%E9%98%9F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95:contest13&rev=1628995623](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:%E7%BB%84%E9%98%9F%E8%AE%AD%E7%BB%83%E6%AF%94%E8%B5%9B%E8%AE%B0%E5%BD%95:contest13&rev=1628995623)

Last update: 2021/08/15 10:47