比赛链接

补题情况

题目	蒋贤蒙	王赵安	王智彪
A	2	0	0
D	0	0	0
E	2	0	0
F	0	0	0
J	0	0	0
K	0	0	0

题解

A. Bags of Candies

题意

多组数据。每组数据给定 $n\le 10^{11}$定义两个数能匹配当且仅当两个数的最大公因数不唯一，求 $1\sim n$ 的最大匹配数。

打表法

设 $D(n)$ 表示大于 $\lfloor \frac n2\rfloor$ 的质数个数。首先证明答案为 $\lfloor\frac {n-D(n)-1}2\rfloor$

首先 1 和任意大于 $\lfloor \frac n2\rfloor$ 的质数显然都不能配对，所以这是答案上界。

对其他数，将它放入它的最大素因子所在的桶中。于是对每个素因子 P桶中至少有 $P,2P$如果桶中有偶数个数，直接两两配对。

否则将 $2P$ 放入 2 的桶中，其他两两配对。易知最后至多只剩下一个数，证毕。

接下来考虑如何计算 $D(n)$考虑分段打表，每个段大小为 10^7，统计该范围内的素数个数。

然后查询时预处理完整段的前缀和，处理最后一个不完整的段的答案即可。

关于查询区间 $[L,R]$ 答案，可以用埃氏筛 $O(\sqrt n)$ 预处理后 $O\left((r-l)\log\log(r-l)\right)$ 查询。

打表复杂度 $O(n\log\log n)$每组数据复杂度 $O(10^7\log\log n)$打表时间比较长而且打表数据需要压缩。

```
const LL MAXN=1e11;
const int SqrN=sqrt(MAXN)+5,MAXL=1e7;
namespace Prime{
    int prime[SqrN],pcnt;
```

```
    bool pvis[SqrN],vis[MAXL];
    void init(){
        _for(i,2,SqrN){
            if(!pvis[i])
            prime[pcnt++]=i;
            for(int j=0;j<pcnt&&prime[j]*i<SqrN;j++){
                pvis[prime[j]*i]=true;
                if(i%prime[j]==0)
                break;
            }
        }
    }
    int count(LL L,LL R){
        int len=R-L+1,cnt=0;
        _for(i,0,len)vis[i]=false;
        if(L==1)vis[0]=true;
        _for(i,0,pcnt){
            for(LL
j=1LL*max((LL)prime[i],(L+prime[i]-1)/prime[i])*prime[i];j<=R;j+=prime[i])
            vis[j-L]=true;
        }
        _for(i,0,len)
        cnt+=!vis[i];
        return cnt;
    }
}
const int MAXB=1e4+5;
char buf[]="";//打表结果
LL a[MAXB];
void decode(){
    int n=strlen(buf);
    for(int i=0;i<n;i+=4){
        int s=0;
        _for(j,i,i+4){
            s*=62;
            if(buf[j]>='0'&&buf[j]<='9')
            s+=buf[j]-'0';
            else if(buf[j]>='a'&&buf[j]<='z')
            s+=buf[j]-'a'+10;
            else
            s+=buf[j]-'A'+36;
        }
        a[i/4+1]=s;
    }
}
LL calc(LL n){
    if(n==0)return 0;
    LL b=(n-1)/MAXL;
    return a[b]+Prime::count(b*MAXL+1,n);
}
```

```
void solve(){
    LL n=read_LL();
    enter(n-(n-calc(n)+calc(n/2)-1)/2);
}
int main(){
    decode();
    Prime::init();
    _for(i,1,MAXB)
    a[i]+=a[i-1];
    int T=read_int();
    while(T--)
    solve();
    return 0;
}
```

E. Contamination

题意

二维平面中给定 n 个圆。接下来 q 个询问，每次询问给定 $P(x,y),Q(x,y),y_1,y_2$，问 P 是否可以移动到 Q。

移动过程中不能进入圆的范围且 y 始终在 $[y_1,y_2]$，保证 P,Q 一定不属于任意一个圆，且任意两圆都相离。

题解

不妨设 $P_x\le Q_x$，不难发现，P 可以移动到 Q 的充要条件为不存在一个圆 (x,y,r) 满足 $P_x\le x\le Q_x$ 且 $y-r\le y_1,y+r\ge y_2$。

考虑扫描线维护答案，将所有询问按 y 排序，对每个圆，在 $y=y_i-r_i$ 时加入贡献，$y=y_i+r_i$ 时删除贡献。

线段树维护 X 轴区间上每个位置的有效的圆的 $y+r$ 的最大值。于是题目转化为单点修改、区间查询。

对每个叶子额外开一个多重集维护该位置的 $y+r$ 的最大值即可，时间复杂度 $O((n+q)\log n)$。

```
const int MAXN=1e6+5,MAXQ=1e6+5,inf=2e9+5;
int lef[MAXN<<2],rig[MAXN<<2],s[MAXN<<2];
multiset<int> num[MAXN<<2];
void build(int k,int L,int R){
    lef[k]=L,rig[k]=R,s[k]=-inf;
    if(L==R)
    return;
    int M=L+R>>1;
    build(k<<1,L,M);
    build(k<<1|1,M+1,R);
```

```
}
void update(int k,int pos,int v,bool add){
    if(lef[k]==rig[k]){
        if(add){
            num[k].insert(v);
            s[k]=*num[k].rbegin();
        }
        else{
            num[k].erase(num[k].find(v));
            if(num[k].empty())
            s[k]=-inf;
            else
            s[k]=*num[k].rbegin();
        }
        return;
    }
    int mid=lef[k]+rig[k]>>1;
    if(mid>=pos)
    update(k<<1,pos,v,add);
    else
    update(k<<1|1,pos,v,add);
    s[k]=max(s[k<<1],s[k<<1|1]);
}
int query(int k,int L,int R){
    if(L<=lef[k]&&rig[k]<=R)
    return s[k];
    int mid=lef[k]+rig[k]>>1;
    if(mid>=R)
    return query(k<<1,L,R);
    else if(mid<L)
    return query(k<<1|1,L,R);
    else
    return max(query(k<<1,L,R),query(k<<1|1,L,R));
}
struct Node{
    int type,y,my;
    int idx,v1,v2;
    Node(int type=0,int y=0,int my=0,int idx=0,int xl=0,int xr=0){
        this->type=type;
        this->y=y;
        this->my=my;
        this->idx=idx;
        v1=xl;
        v2=xr;
    }
    bool operator < (const Node &b)const{
        if(y!=b.y)
        return y<b.y;
        else
        return type<b.type;
```

```
    }
}node[MAXN*2+MAXQ];
bool ans[MAXQ];
vector<int> mp;
int main(){
    int n=read_int(),q=read_int(),m=0;
    _for(i,0,n){
        int cx=read_int(),cy=read_int(),r=read_int();
        node[m++]=Node(0,cy-r,cy+r,cx);
        node[m++]=Node(2,cy+r,cy+r,cx);
        mp.push_back(cx);
    }
    _for(i,0,q){
        int
px=read_int(),py=read_int(),qx=read_int(),qy=read_int(),ymin=read_int(),yma
x=read_int();
        node[m++]=Node(1,ymin,ymax,i,min(px,qx),max(px,qx));
    }
    sort(mp.begin(),mp.end());
    mp.erase(unique(mp.begin(),mp.end()),mp.end());
    build(1,1,mp.size());
    sort(node,node+m);
    _for(i,0,m){
        Node opt=node[i];
        if(opt.type==0||opt.type==2){
            int p=lower_bound(mp.begin(),mp.end(),opt.idx)-mp.begin()+1;
            update(1,p,opt.my,opt.type==0);
        }
        else{
            int p1=lower_bound(mp.begin(),mp.end(),opt.v1)-mp.begin()+1;
            int p2=upper_bound(mp.begin(),mp.end(),opt.v2)-mp.begin();
            if(p1>p2)
            ans[opt.idx]=true;
            else
            ans[opt.idx]=(query(1,p1,p2)<opt.my);
        }
    }
    _for(i,0,q){
        if(ans[i])
        puts("YES");
        else
        puts("NO");
    }
    return 0;
}
```