

三元环计数

算法例题

例题一

洛谷p1989

题意

给定 n 个点和 m 条边的无向图。定义三元环为满足 (u,v,w) 两两之间有连边的点对数，求图中的三元环数。

题解

将无向图转化为有向图，其中每条边由原图中度数小的点指向度数大的点，当两个点度数相同时由编号小的点指向编号大的点。

由于上述定义指三元环为满足 (u,v,w) 一定满足连边为 $u \rightarrow v, u \rightarrow w, v \rightarrow w$

考虑枚举 w 标记 $u \rightarrow w$ 的 w 后枚举 v 然后检查 $v \rightarrow w$ 的 w 是否被标记。

时间复杂度为 $O(\sum_{i=1}^m \text{out}_{v_i})$ 若原图中 $\deg(v_i) \leq \sqrt{m}$ 则当前图中一定也有 $\text{out}_{v_i} \leq \sqrt{m}$

若原图中 $\deg(v_i) > \sqrt{m}$ 由于与当前图中 v_i 相邻的点一定满足 $\deg_w \geq \deg_{v_i} > \sqrt{m}$ 于是这样的 w 不超过 \sqrt{m} 个，即也有 $\text{out}_{v_i} \leq \sqrt{m}$

综上，总时间复杂度为 $O(m\sqrt{m})$

```
const int MAXN=1e5+5,MAXM=2e5+5;
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXM];
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int deg[MAXN],vis[MAXN];
pair<int,int> E[MAXM];
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int();
    _for(i,0,m){
        int u,v;
        cin>>u>>v;
        E[i]={u,v};
        if(deg[u]<deg[v]) swap(u,v);
        deg[u]++;
        vis[v]++;
    }
    int ans=0;
    for(int i=0;i<m;i++){
        int u=v=E[i].first;
        int w=E[i].second;
        if(deg[w]<deg[u]||deg[w]==deg[u]&&vis[w]==0) continue;
        if(deg[w]>=deg[u]||deg[w]==deg[u]&&vis[w]==1) ans++;
    }
    cout<<ans;
}
```

```
int u=read_int(),v=read_int();
deg[u]++,deg[v]++;
E[i]=make_pair(u,v);
}
_for(i,0,m){
    int u=E[i].first,v=E[i].second;
    if(deg[u]<deg[v]|| (deg[u]==deg[v]&&u<v) )
        Insert(u,v);
    else
        Insert(v,u);
}
int ans=0;
_rep(u,1,n){
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next)
        vis[edge[i].to]=u;
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        for(int j=head[v];j;j=edge[j].next){
            int w=edge[j].to;
            ans+=(vis[w]==u);
        }
    }
}
enter(ans);
return 0;
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team



Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E4%B8%89%E5%85%83%E7%8E%AF%E8%AE%A1%E6%95%B0&rev=1614671297

Last update: 2021/03/02 15:48