

# 可持久化字典树

## 算法简介

一种可以维护历史版本的字典树，实现方面与可持久化线段树类似，主要用于维护区间异或和。

时间复杂度和空间复杂度均为  $O(m \log n)$

## 算法例题

[洛谷p4735](#)

### 题意

给定序列  $a_1, a_2 \dots a_n$  支持下述操作：

1. 在序列末尾添加一个数  $x$
2. 给定  $l, r, x$  询问  $\max_{l \leq p \leq r} x \oplus (a_p \oplus a_{p+1} \oplus \dots \oplus a_N)$  其中  $N$  表示当前序列长度

### 题解

设  $S_i = a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_i$  于是询问操作变为  $\max_{l-1 \leq p \leq r-1} x \oplus S_N \oplus S_p$

考虑对序列  $\{S_0, S_1, S_2 \dots S_n\}$  建立可持久化字典树，修改操作等价于在最后版本基础上插入新元素。

查询操作类似主席树的方法查询区间中每个数与  $x \oplus S_N$  异或的最大值即可。

```
const int MAXN=3e5+5,MAXM=24;
int root[MAXN<<1],ch[MAXN*50][2],val[MAXN*50],cnt;
void Insert(int &k,int p,int pos,int v){
    k=++cnt;
    val[k]=val[p]+1;
    if(pos<0)return;
    int dir=(v>>pos)&1;
    ch[k][!dir]=ch[p][!dir];
    Insert(ch[k][dir],ch[p][dir],pos-1,v);
}
int query(int k1,int k2,int v){
    int ans=0,pos=MAXM-1;
    while(~pos){
        int dir=(v>>pos)&1;
        if(val[ch[k2][!dir]]-val[ch[k1][!dir]])
```

```
    ans|=(1<<pos),k1=ch[k1][!dir],k2=ch[k2][!dir];
    else
    k1=ch[k1][dir],k2=ch[k2][dir];
    pos--;
}
return ans;
}
int s[MAXN];
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int(),pre=0;
    Insert(root[1],root[0],MAXM-1,0);
    n++;
    _rep(i,2,n){
        pre=pre^read_int();
        Insert(root[i],root[i-1],MAXM-1,pre);
    }
    char opt;
    int l,r,x;
    while(m--){
        opt=get_char();
        if(opt=='A'){
            pre=pre^read_int();
            Insert(root[n+1],root[n],MAXM-1,pre);
            n++;
        }
        else{
            l=read_int(),r=read_int(),x=read_int();
            enter(query(root[l-1],root[r],pre^x));
        }
    }
    return 0;
}
```

## 算法练习

### 习题一

[洛谷p4098](#)

### 题意

给定  $n$  个互异的数。求  $a_i \oplus a_j$  的最大值，其中  $i, j \in [l, r]$  且  $a_i$  为  $a_l, a_{l+1} \dots a_r$  的次大值。

## 题解

枚举每个次大值，显然次大值确定时区间尽可能向两边拓展可以取到最优解。

考虑对  $a_i$  进行排序，然后通过双向链表确定最优区间(至多存在两个)。区间查询通过可持久化字典树即可完成。

时空间复杂度  $O(n \log v)$

```

const int MAXN=5e4+5,MAXM=30;
int root[MAXN],ch[MAXN*32][2],val[MAXN*32],cnt;
void Insert(int &k,int p,int pos,int v){
    k=++cnt;
    val[k]=val[p]+1;
    if(pos<0) return;
    int dir=(v>>pos)&1;
    ch[k][!dir]=ch[p][!dir];
    Insert(ch[k][dir],ch[p][dir],pos-1,v);
}
int query(int lef,int rig,int v){
    int ans=0,pos=MAXM-1,k1=root[lef-1],k2=root[rig];
    while(~pos){
        int dir=(v>>pos)&1;
        if(val[ch[k2][!dir]]-val[ch[k1][!dir]])
            ans|=(1<<pos),k1=ch[k1][!dir],k2=ch[k2][!dir];
        else
            k1=ch[k1][dir],k2=ch[k2][dir];
        pos--;
    }
    return ans;
}
int pre[MAXN],nxt[MAXN];
pair<int,int> a[MAXN];
int main()
{
    int n=read_int(),head=0,tail=n+1;
    nxt[head]=1,pre[tail]=n;
    _rep(i,1,n){
        nxt[i]=i+1,pre[i]=i-1;
        a[i]=make_pair(read_int(),i);
        Insert(root[i],root[i-1],MAXM-1,a[i].first);
    }
    sort(a+1,a+n+1);
    int ans=0;
    _rep(i,1,n){
        int l=pre[a[i].second],r=nxt[a[i].second];
        nxt[l]=r,pre[r]=l;
        if(l!=head) ans=max(ans,query(pre[l]+1,r-1,a[i].first));
        if(r!=tail) ans=max(ans,query(l+1,nxt[r]-1,a[i].first));
    }
}

```

```
enter(ans);  
return 0;  
}
```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:%E5%8F%AF%E6%8C%81%E4%B9%85%E5%8C%96%E6%95%B0%E6%8D%AE%E7%BB%93%E6%9E%84\\_3&rev=1597746419](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E5%8F%AF%E6%8C%81%E4%B9%85%E5%8C%96%E6%95%B0%E6%8D%AE%E7%BB%93%E6%9E%84_3&rev=1597746419)

Last update: 2020/08/18 18:26