2025/11/04 20:19 1/2 左偏树

左偏树

算法简介

一种可并堆,支持 \$O(\log n)\$ 合并。

算法思想

定义外节点为左儿子或右儿子为空的节点[] ${\text{dist}_i}$ \$ 表示节点 \$i\$ 到其子树中最近外节点的距离,规定空节点的 ${\text{dist}}$ \$ 为 \$-1\$。

左偏树的定义为对每个节点 \$u\$ 均满足 \$\text{dist}_\text{lson}\ge \text{dist}_\text{rson}\$ 的堆。

左偏树有如下性质

- 1. \$\text{dist} u=\text{dist} \text{rson}+1\$
- \$\text{dist} u\sim O(\log \text{sz} u)\$

关于性质一,有

\$\text{dist}_u=\max(\text{lson},\text{dist}_\text{rson})+1=\text{dist}_\text{rson}+1\$[] 证毕。

关于性质二,有 $text{dist}_u$ 表示节点 u 到其子树中最近外节点的距离,所以有节点 u 的子树的前 $text{dist}_u$ 以 层均为非外节点。

所以可将前 \$\text{dist}_u\$ 层视为满二叉树,第 \$\text{dist}_u+1\$ 层至少有一个外节点,所以有 \$\text{sz}_u\ge 2^{\text{dist}_u}\$□证毕。

考虑左偏树的合并操作,类似 \$\text{fhq treap}\$ 的 \$\text{merge}\$ 操作,根据优先级(这里是点权)不断合并两棵树,遇到空结点返回。

不同之处在于合并两棵左偏树时对跳左节点还是右节点没有限制,所以强制每次跳右节点,使得 \$\text{dist} u\$ 单调递减。

这样,时间复杂度为 \$O(\text{dist}_u)=O(\log n)\$[

左偏树的另一个核心操作为寻根,事实上寻根操作可以利用路径压缩的并查集优化时间复杂度到 \$O(\log n)\$\|但需要注意一些细节,详细见代码。

代码模板

洛谷p3377

Last

算法习题

习题一

洛谷p1456

From: https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E5%B7%A6%E5%81%8F%E6%A0%91&rev=1594270123

Last update: 2020/07/09 12:48

Printed on 2025/11/04 20:19 https://wiki.cvbbacm.com/