

拓展域并查集

算法简介

一种通过拆点来处理点与点之间关系的并查集。

算法例题

[洛谷p1525](#)

题意

给定 n 个点 m 条带权边。要求将所有点划分为两个点集，输出所有两端点都在同一集合的边权的最大值的最小可能值。

题解

考虑贪心，将所有边按边权从大到小排列，依次加入每条边直到图变成非二分图，答案即为最后无法加入的边的边权。

于是问题转化为如何快速判断当前图是否为二分图，考虑在加边过程中动态维护。

记两个点集为 A, B 考虑维护 $2n$ 条语句，第 i 条语句表示 $i \in \text{A}$ 第 $i+n$ 条语句表示 $i \in \text{B}$ ($1 \leq i \leq n$)

设当前加的边为 $u \rightarrow v$ 于是第 u 条语句向第 $v+n$ 条语句连一条边，表示 $u \in \text{A}$ 当且仅当 $v \in \text{B}$ 同理连边 $v+n \rightarrow u$

发现“当且仅当”这个关系具有传递性，于是考虑并查集维护。

无法加入边 $u \rightarrow v$ 则等价于第 u 条语句向第 v 条语句属于同一集合，即 $u \in \text{A}$ 当且仅当 $v \in \text{A}$

```
const int MAXN=2e4+5,MAXM=1e5+5;
struct Edge{
    int u,v,w;
    bool operator < (const Edge &b)const{
        return w>b.w;
    }
}edge[MAXM];
int fa[MAXN<<1];
int Find(int x){
    return x==fa[x]?x:fa[x]=Find(fa[x]);
}
int main()
```

```
{
    int n=read_int(),m=read_int();
    _rep(i,1,n<<1)fa[i]=i;
    _for(i,0,m)
    edge[i].u=read_int(),edge[i].v=read_int(),edge[i].w=read_int();
    sort(edge,edge+m);
    _for(i,0,m){
        int x=Find(edge[i].u),y=Find(edge[i].v);
        if(x==y){
            enter(edge[i].w);
            return 0;
        }
        fa[x]=Find(edge[i].v+n),fa[y]=Find(edge[i].u+n);
    }
    enter(0);
    return 0;
}
```

算法练习

[洛谷p2024](#)

题意

有三种动物 A, B, C 仅有 A 吃 B B 吃 C C 吃 A 其他捕食关系均与事实矛盾。

现在有 n 只动物，每只动物都属于 A, B, C 中的一种。

接下来 m 条语句，语句分两类：

1. X 与 Y 为同类
2. X 吃 Y

一条语句为假当且仅当该语句与之前的真语句矛盾或者与事实矛盾，问共有多少天假语句。

题解

类似的，定义第 i 条语句为 $i \in A$ 第 $i+n$ 条语句为 $i \in B$ 第 $i+2n$ 条语句为 $i \in C$

如果加入的语句为 X 与 Y 为同类，则连边 $X \rightarrow Y, X+n \rightarrow Y+n, X+2n \rightarrow Y+2n$

该语句矛盾等价于 $(X, Y+n)$ 或 $(X+n, Y)$ 属于同一集合。

如果加入的语句为 X 吃 Y 则连边 $X \rightarrow Y+n, X+n \rightarrow Y+2n, X+2n \rightarrow Y$

该语句矛盾等价于 (X, Y) 或 $(X+n, Y)$ 属于同一集合。

```
const int MAXN=5e4+5;
int fa[MAXN*3];
int Find(int x){
    return x==fa[x]?x:fa[x]=Find(fa[x]);
}
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int(),opt,u,v,ans=0;
    _rep(i,1,n*3)fa[i]=i;
    _for(i,0,m){
        opt=read_int(),u=read_int(),v=read_int();
        if(u>n||v>n){
            ans++;
            continue;
        }
        if(opt==1){
            if(Find(u)==Find(v+n)||Find(u+n)==Find(v))ans++;
            else{
                fa[Find(u)]=Find(v);
                fa[Find(u+n)]=Find(v+n);
                fa[Find(u+n*2)]=Find(v+n*2);
            }
        }
        else{
            if(Find(u)==Find(v)||Find(u+n)==Find(v))ans++;
            else{
                fa[Find(u)]=Find(v+n);
                fa[Find(u+n)]=Find(v+n*2);
                fa[Find(u+n*2)]=Find(v);
            }
        }
    }
    enter(ans);
    return 0;
}
```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E6%8B%93%E5%B1%95%E5%9F%9F%E5%B9%B6%E6%9F%A5%E9%9B%86&rev=1597658015

Last update: 2020/08/17 17:53