

# 数论\_1

## 逆元递推

### 算法简介

线性时间递推  $O(\sim p-1)$  在模  $p$  意义下的乘法逆元。

### 算法思想

首先  $1^{-1} \equiv 1 \pmod p$

设  $p = k \ast i + r \left( 1 \leq r < i < p \right)$

所以有  $k \ast i + r \equiv 0 \pmod p$

两边同乘以  $r^{-1}$  有  $i^{-1} \equiv -k \ast r^{-1} \pmod p$

即  $i^{-1} \equiv -\lfloor \frac{p}{i} \rfloor \ast (p \pmod i)^{-1} \pmod p$

### 算法模板

[洛谷p3811](#)

```
const int MAXP=3e6+5;
int inv[MAXP];
void get_inv(int p){
    inv[1]=1;
    _for(i,2,p)
        inv[i]=1LL*(p-p/i)*inv[p%i]%p;
}
```

## 数论分块

### 算法简介

数论分块用于解决形如  $\sum_{i=1}^n \lfloor \frac{n}{i} \rfloor$  的问题，时间复杂度  $O(\sqrt{n})$

### 算法思想

由于部分  $\lfloor \frac{n}{i} \rfloor$  的值相同，所以考虑分块计算。

设对  $\forall i \in \lfloor l, r \rfloor$  有  $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$  的值相同。

显然  $r$  等于上一个块的  $r$  加  $1$ ，故只需要考虑  $r$  的计算。

事实上有 
$$\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor} \rfloor \leq \frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor + 1}$$

移项，得 
$$\frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor + 1} < \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor}$$

所以有 
$$r = \lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor} \rfloor$$

关于算法的时间复杂度分析，有时间复杂度等于  $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$  的可能取值个数。

当  $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor \leq \sqrt{n}$  时，显然这样的取值不超过  $\sqrt{n}$  个。

当  $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor > \sqrt{n}$  时，有  $i \leq \sqrt{n}$  所以这样的取值也不超过  $\sqrt{n}$  个。

综上所述  $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$  的可能取值个数只有  $O(\sqrt{n})$  个，时间复杂度证毕。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:%E6%95%B0%E8%AE%BA\\_1&rev=1593605588](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E6%95%B0%E8%AE%BA_1&rev=1593605588)

Last update: 2020/07/01 20:13