

数论_1

逆元递推

算法简介

线性时间递推 $O(\sim p-1)$ 在模 p 意义下的乘法逆元。

算法思想

首先 $1^{-1} \equiv 1 \pmod p$

设 $p = k \ast i + r \left(1 \leq r < i < p \right)$

所以有 $k \ast i + r \equiv 0 \pmod p$

两边同乘以 r^{-1} 有 $i^{-1} \equiv -k \ast r^{-1} \pmod p$

即 $i^{-1} \equiv -\lfloor \frac{p}{i} \rfloor \ast (p \pmod i)^{-1} \pmod p$

算法模板

[洛谷p3811](#)

```
const int MAXP=3e6+5;
int inv[MAXP];
void get_inv(int p){
    inv[1]=1;
    _for(i,2,p)
        inv[i]=1LL*(p-p/i)*inv[p%i]%p;
}
```

数论分块

算法简介

数论分块用于解决形如 $\sum_{i=1}^n \lfloor \frac{n}{i} \rfloor$ 的问题，时间复杂度 $O(\sqrt{n})$

算法思想

由于部分 $\lfloor \frac{n}{i} \rfloor$ 的值相同，所以考虑分块计算。

设对 $\forall i \in \lfloor l, r \rfloor$ 有 $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$ 的值相同。

显然 r 等于上一个块的 r 加 1 ，故只需要考虑 r 的计算。

事实上有
$$\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor} \rfloor \leq \frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor + 1}$$

移项，得
$$\frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor + 1} \leq \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor}$$

所以有
$$r = \lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{\lfloor \frac{n}{r} \rfloor} \rfloor} \rfloor$$

关于算法的时间复杂度分析，有时间复杂度等于 $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$ 的可能取值个数。

当 $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor \leq \sqrt{n}$ 时，显然这样的取值不超过 \sqrt{n} 个。

当 $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor > \sqrt{n}$ 时，有 $i \leq \sqrt{n}$ 所以这样的取值也不超过 \sqrt{n} 个。

综上所述 $\lfloor \frac{n}{r} \rfloor$ 的可能取值个数只有 $O(\sqrt{n})$ 个，时间复杂度证毕。

算法模板

[洛谷p2261](#)

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E6%95%B0%E8%AE%BA_1&rev=1593606143

Last update: 2020/07/01 20:22