

# \$\text{fhq treap}\$

## 算法简介

\$\text{Treap}\$ 的无旋版本，支持快速分裂、合并以及可持久化

## 算法思想

\$\text{Treap}\$ 保证深度的方法为给每个结点赋随机的优先级 \$r\$ 权值方面 \$\text{Treap}\$ 为二叉搜索树，优先级方面 \$\text{Treap}\$ 为堆。

而当每个点的权值 \$val\$ 确定后树的形态唯一，这与操作顺序无关。而由于 \$r\$ 的随机性，保证了 \$\text{Treap}\$ 的深度。

\$\text{fhq treap}\$ 利用了 \$\text{Treap}\$ 的这条性质，实现了 \$O(\log n)\$ 的 \$\text{split}\$ 和 \$\text{merge}\$

\$\text{split}\$ 操作分两种，分别用于维护集合和序列。第一种 \$\text{split}\$ 操作根据权值 \$v\$ 将 \$\text{fhq treap}\$ 分成两部分。

每层 \$\text{split}\$ 都会到达结点 \$k\$ 的子节点，所以时间复杂度为原树的深度，根据 \$\text{Treap}\$ 的性质，深度为 \$O(\log n)\$

```
void split(int k,int &k1,int &k2,int v){
    if(!k) return k1=k2=0,void();
    if(node[k].val<=v){
        k1=k;split(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2,v);pushup(k1);
    }else{
        k2=k;split(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0],v);pushup(k2);
    }
}
```

另一种 \$\text{split}\$ 操作根据节点数 \$sz\$ 将 \$\text{fhq treap}\$ 分成两部分。

```
void split(int k,int &k1,int &k2,int rk){
    if(!k) return k1=k2=0,void();
    pushdown(k);
    if(node[node[k].ch[0]].sz+1<=rk){
        k1=k;split(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2,rk-
node[node[k].ch[0]].sz-1);pushup(k1);
    }else{
        k2=k;split(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0],rk);pushup(k2);
    }
}
```

\$\text{merge}\$ 操作根据优先级 \$r\$ 合并两棵树，要求保证前一棵树的结点权值均小于后一棵树的结点权值。

每层  $\text{merge}$  都会到达结点  $k_1$  或  $k_2$  的子节点，所以时间复杂度为两树的深度和，根据  $\text{Treap}$  的性质，深度为  $O(\log n)$

```
void merge(int &k,int k1,int k2){
    if(!k1||!k2)return k=k1|k2,void();
    if(node[k1].r>node[k2].r){
        k=k1;merge(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2);pushup(k);
    }else{
        k=k2;merge(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0]);pushup(k);
    }
}
```

有了  $\text{split}$  和  $\text{merge}$  操作，不难得到其他操作。

## 代码模板

### 集合维护版本

[洛谷p6136](#)

```
const int MAXN=2e6+5;
struct fhq_treap{
    int root;
    struct Node{
        int val,r,sz,ch[2];
    }node[MAXN];
    int pool[MAXN],top,tot;
    int New(int v){
        int x=top?pool[top--]:++tot;
        node[x].val=v,node[x].r=rand(),node[x].sz=1,node[x].ch[0]=node[x].ch[1]=0;
        return x;
    }
    void Del(int x){if(x)pool[++top]=x;}
    void pushup(int k){node[k].sz=node[node[k].ch[0]].sz+node[node[k].ch[1]].sz+1;}
    void split(int k,int &k1,int &k2,int v){
        if(!k) return k1=k2=0,void();
        if(node[k].val<=v){
            k1=k;split(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2,v);pushup(k1);
        }else{
            k2=k;split(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0],v);pushup(k2);
        }
    }
    void merge(int &k,int k1,int k2){
        if(!k1||!k2)return k=k1|k2,void();
        if(node[k1].r>node[k2].r){
            k=k1;merge(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2);pushup(k);
        }
    }
}
```

```

        }else{
            k=k2;merge(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0]);pushup(k);
        }
    }
void insert(int v){
    int lef,rig;
    split(root,lef,rig,v);
    merge(lef,lef,New(v));
    merge(root,lef,rig);
}
void erase(int v){
    int lef,mid,rig;
    split(root,lef,rig,v);
    split(lef,lef,mid,v-1);
    Del(mid);
    merge(mid,node[mid].ch[0],node[mid].ch[1]);
    merge(lef,lef,mid);
    merge(root,lef,rig);
}
int rank(int v){
    int lef,rig,ans;
    split(root,lef,rig,v-1);
    ans=node[lef].sz+1;
    merge(root,lef,rig);
    return ans;
}
int kth(int rk){
    int pos=root;
    while(true){
        if(rk==node[node[pos].ch[0]].sz+1)return node[pos].val;
        else if(rk<node[node[pos].ch[0]].sz+1)pos=node[pos].ch[0];
        else rk-=node[node[pos].ch[0]].sz+1,pos=node[pos].ch[1];
    }
}
int pre(int v){
    int lef,rig,rk;
    split(root,lef,rig,v-1);
    rk=node[lef].sz;
    merge(root,lef,rig);
    return kth(rk);
}
int suf(int v){
    int lef,rig,rk;
    split(root,lef,rig,v);
    rk=node[lef].sz+1;
    merge(root,lef,rig);
    return kth(rk);
}
}tree;
int main()
{

```

```
int n=read_int(),m=read_int(),opt,x,last=0,ans=0;
while(n--){
    x=read_int();
    tree.insert(x);
}
while(m--){
    opt=read_int(),x=read_int()^last;
    switch(opt){
        case 1:
            tree.insert(x);
            break;
        case 2:
            tree.erase(x);
            break;
        case 3:
            ans^=(last=tree.rank(x));
            break;
        case 4:
            ans^=(last=tree.kth(x));
            break;
        case 5:
            ans^=(last=tree.pre(x));
            break;
        case 6:
            ans^=(last=tree.suf(x));
            break;
    }
}
enter(ans);
return 0;
}
```

## 序列维护版本

[洛谷p3391](#)

```
const int MAXN=2e6+5;
struct fhq_treap{
    int root,tot;
    vector<int> sequence;
    struct Node{
        int r,val,sz,flip,ch[2];
    }node[MAXN];
    int New(int v){
        int x=++tot;
        node[x].val=v,node[x].r=rand(),node[x].sz=1;
        return x;
    }
}
```

```

void pushup(int
k){node[k].sz=node[node[k].ch[0]].sz+node[node[k].ch[1]].sz+1;}
void pushdown(int k){
    if(node[k].flip){
        swap(node[k].ch[0],node[k].ch[1]);
        node[node[k].ch[0]].flip^=1;
        node[node[k].ch[1]].flip^=1;
        node[k].flip=0;
    }
}
void split(int k,int &k1,int &k2,int rk){
    if(!k) return k1=k2=0,void();
    pushdown(k);
    if(node[node[k].ch[0]].sz+1<=rk){
        k1=k;split(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2,rk-
node[node[k].ch[0]].sz-1);pushup(k1);
    }else{
        k2=k;split(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0],rk);pushup(k2);
    }
}
void merge(int &k,int k1,int k2){
    if(!k1||!k2)return k=k1|k2,void();
    if(node[k1].r>node[k2].r){
pushdown(k1);k=k1;merge(node[k].ch[1],node[k1].ch[1],k2);pushup(k);
    }else{
pushdown(k2);k=k2;merge(node[k].ch[0],k1,node[k2].ch[0]);pushup(k);
    }
}
void build(){
    _for(i,0,sequence.size())
        merge(root,root,New(sequence[i]));
}
void Flip(int L,int R){
    int lef,mid,rig;
    split(root,lef,rig,R);
    split(lef,lef,mid,L-1);
    node[mid].flip^=1;
    merge(lef,lef,mid);
    merge(root,lef,rig);
}
void output(){
    sequence.clear();
    dfs(root);
}
void dfs(int k){
    if(!k) return;
    pushdown(k);
    dfs(node[k].ch[0]);
    sequence.push_back(node[k].val);
    dfs(node[k].ch[1]);
}

```

```
}tree;
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int(),L,R;
    _rep(i,1,n)
    tree.sequence.push_back(i);
    tree.build();
    while(m--){
        L=read_int(),R=read_int();
        tree.Flip(L,R);
    }
    tree.output();
    _for(i,0,n)
    space(tree.sequence[i]);
    return 0;
}
```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:%E6%97%A0%E6%97%8Btreap&rev=1595861847](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E6%97%A0%E6%97%8Btreap&rev=1595861847)

Last update: 2020/07/27 22:57