

矩形树定理

算法简介

一种生成树的计算定理。

算法实现

无向图

定义生成树的权值为所有该生成树中所有边权的乘积，则有如下结论：

邻接矩阵 D 中 $d_{i,i} = \sum_{j \in N(i)} w_{i,j}$ 所有与节点 i 相连的边的权值和 $d_{i,j} = 0 (i \neq j)$

邻接矩阵 L 中 $d_{i,j} = \text{edge}[i][j].w$ (注意无向图中 $d_{i,j} = d_{j,i}$)

记基尔霍夫矩阵 $K = D - L$ K' 为 K 去掉第 i 行与第 i 列得到的余子式 (i 可以任取)。

则有 $\det(K') = \sum_{T \text{ 是生成树}} \prod_{e \in T} w_e$ 所有生成树的权值和。特别地，当所有边权为 1 时所有生成树的权值和等于生成树个数。

有向图

邻接矩阵 L 定义不变(但要注意边的有向性)。

如果邻接矩阵 D 中 $d_{i,i} = \sum_{j \in N^-(i)} w_{j,i}$ 节点 i 的所有入边的权值和。

记 K' 为 K 去掉第 i 行与第 i 列得到的余子式，则 $\det(K') = \sum_{T \text{ 是以 } i \text{ 为根的外向树}} \prod_{e \in T} w_e$ 所有以节点 i 为根的外向树(边从根指向叶子节点)的权值和。

如果邻接矩阵 D 中 $d_{i,i} = \sum_{j \in N^+(i)} w_{i,j}$ 节点 i 的所有出边的权值和。

记 K' 为 K 去掉第 i 行与第 i 列得到的余子式，则 $\det(K') = \sum_{T \text{ 是以 } i \text{ 为根的内向树}} \prod_{e \in T} w_e$ 所有以节点 i 为根的内向树(边从叶子节点指向根)的权值和。

代码模板

[洛谷p6178](#)

给定一个 n 个节点 m 条带权边的图，输入 t 表示图的有向性。

求其所有不同生成树的权值之和(如果是有向图，则求以 1 为根的外向树)，对 10^9+7 取模。

Last update: 2020-2021:teams:legal_string:jxm2001: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E7%9F%A9%E9%98%B5%E6%A0%91%E5%AE%9A%E7%90%86&rev=1595505714
2020/07/23 矩阵树定理
20:01

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E7%9F%A9%E9%98%B5%E6%A0%91%E5%AE%9A%E7%90%86&rev=1595505714

Last update: **2020/07/23 20:01**