

# 莫队算法 1

## 普通莫队

### 算法模型

只有询问操作，共  $m$  个询问，每个询问操作都是一个区间  $[l_i, r_i]$  询问区间范围为  $[1, n]$

可以  $O(1)$  根据当前维护区间  $[l, r]$  更新到  $[l-1, r], [l, r+1], [l+1, r], [l, r-1]$

则利用莫队可以  $O(n\sqrt{m})$  离线处理所有询问。

### 算法实现

先对  $[1, n]$  进行分块，假设每块长度为  $S$  先将  $kS \leq l_i \leq (k+1)S$  的询问丢到同一个块。

对同一个块，根据  $r_i$  排序，然后依次处理排完序的每个询问，同时用两个指针维护当前区间。

首先对每个块  $r_i$  单调，于是每个块移动右指针的复杂度为  $O(n)$  移动右指针的总复杂度为  $O\left(\frac{n^2}{S}\right)$

同时每个左指针每次只能在所在块中移动，于是每个询问左指针的复杂度为  $O(S)$  移动左指针的总复杂度为  $O(mS)$

于是总复杂度为  $O\left(\frac{n^2}{S} + mS\right)$  令  $S \sim O\left(\frac{n}{\sqrt{m}}\right)$  则总复杂度为  $O(n\sqrt{m})$

注意 每次移动指针时要先拓展指针对应的区间再缩减指针对应区间，否则对应区间长度可能会变成负数产生各种 `bug`

### 算法例题

[洛谷p1494](#)

#### 题意

给定一个长度为  $n$  的序列，每个询问给定一个区间  $[l_i, r_i]$  询问从该区间的序列中任意取两个数，这两个数相同的概率。

#### 题解

双指针维护区间中的每个值的个数，同时维护当前所有使得两数相同的方案数即可。

```
const int MAXN=5e4+5;
```

```
int blk_sz,a[MAXN],col[MAXN];
struct query{
    int l,r,idx;
    bool operator < (const query &b)const{
        if(l/blk_sz!=b.l/blk_sz)return l<b.l;
        return r<b.r;
    }
}q[MAXN];
LL ans1[MAXN],ans2[MAXN],cur;
LL gcd(LL a,LL b){
    while(b){
        LL t=b;
        b=a%b;
        a=t;
    }
    return a;
}
void add(int v){
    cur+=col[v];
    col[v]++;
}
void del(int v){
    col[v]--;
    cur-=col[v];
}
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int();
    blk_sz=1.0*n/sqrt(m)+1;
    _rep(i,1,n)
    a[i]=read_int();
    _for(i,0,m)
    q[i].l=read_int(),q[i].r=read_int(),q[i].idx=i;
    sort(q,q+m);
    int lef=1,rig=0;
    _for(i,0,m){
        if(q[i].l==q[i].r){
            ans1[q[i].idx]=0;
            ans2[q[i].idx]=1;
            continue;
        }
        while(lef>q[i].l)add(a[--lef]);
        while(rig<q[i].r)add(a[++rig]);
        while(lef<q[i].l)del(a[lef++]);
        while(rig>q[i].r)del(a[rig--]);
        ans1[q[i].idx]=cur;
        ans2[q[i].idx]=1LL*(q[i].r-q[i].l+1)*(q[i].r-q[i].l)/2;
    }
    _for(i,0,m){
        if(ans1[i]==0)
```

```

    ans2[i]=1;
    else{
        LL g=gcd(ans1[i],ans2[i]);
        ans1[i]/=g;
        ans2[i]/=g;
    }
    printf("%lld/%lld\n",ans1[i],ans2[i]);
}
return 0;
}

```

## 算法优化

利用奇偶化排序，即奇数块按  $r_i$  从小到大排序，偶数块  $r_i$  从大到小排序。

于是可以减少从一个块转移到另一个块时  $r_i$  的移动次数，具体代码如下

```

struct query{
    int l,r,idx;
    bool operator < (const query &b)const{
        if(l/blk_sz!=b.l/blk_sz)return l<b.l;
        return ((l/blk_sz)&1)?(r<b.r):(r>b.r);
    }
};

```

## 带修莫队

### 算法模型

在普通莫队的基础上加上单点修改操作。

### 算法实现

增加一维时间，区间变为  $[l_i, r_i, t_i]$  先根据  $l_i$  进行分块，每个块再根据  $r_i$  进行分块，最后对  $t_i$  进行排序即可。

修改操作先将  $[l, r]$  区间调整为对应区间，然后调整  $t$  对每个修改/还原操作，直接更新数组即可，注意需要记录每个操作修改前后的值。

一个技巧为每次修改/还原后调换改操作记录的修改前后的值，可以省去对修改/还原操作的分类讨论。

另外如果修改的位置属于区间  $[l, r]$  则需要对答案进行修改。

假设  $n$  和  $m$  同阶，首先对每个块  $t_i$  单调，于是每个块移动时间指针的复杂度为  $O(n)$  移动时间指针的总复杂度为  $O\left(\frac{n^3}{S^2}\right)$

同时每个左/右指针每次只能在所在块中移动，于是每个询问左/右指针的复杂度为  $O(S)$  移动左指针的总复杂度为  $O(nS)$

于是总复杂度为  $O\left(\frac{n^3}{S^2}+nS\right)$  取取块的大小为  $O\left(n^{\frac{2}{3}}\right)$  则总时间复杂度为  $O\left(n^{\frac{5}{3}}\right)$

## 例题 1

洛谷p1903

### 题意

给定一个长度为  $n$  的序列，接下来两种操作。

操作  $1$  为询问区间  $[l,r]$  的序列中的不同的值得数量。

操作  $2$  为单点修改。

### 题解

对区间  $[l,r]$  维护每个值的个数和当前答案即可。

```
const int MAXN=1.5e5,MAXC=1e6+5;
int blk_sz,cc[MAXN],lc[MAXN],col[MAXC],cur_ans;
struct query{
    int l,r,t,idx;
    bool operator < (const query &b)const{
        if(l/blk_sz!=b.l/blk_sz)return l<b.l;
        if(r/blk_sz!=b.r/blk_sz)return ((l/blk_sz)&1)?(r<b.r):(r>b.r);
        return ((r/blk_sz)&1)?(t<b.t):(t>b.t);
    }
}q[MAXN];
struct opt{
    int pos,pre,now;
}p[MAXN];
int ans[MAXN],qn,pn,lef=1,rig=0;
void add(int c){
    if(!col[c])cur_ans++;
    col[c]++;
}
void del(int c){
    col[c]--;
    if(!col[c])cur_ans--;
}
void update(opt &p){
    if(lef<=p.pos&&p.pos<=rig){
        del(p.pre);
        add(p.now);
    }
}
```

```

    cc[p.pos]=p.now;
    swap(p.pre,p.now);
}
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int();
    blk_sz=pow(n,2.0/3);
    _rep(i,1,n)
    cc[i]=lc[i]=read_int();
    _for(i,0,m){
        char c=get_char();
        if(c=='Q'){
            qn++;
            q[qn].l=read_int(),q[qn].r=read_int(),q[qn].t=pn,q[qn].idx=qn;
        }
        else{
            pn++;
            int pos=read_int(),v=read_int();
            p[pn].pos=pos,p[pn].pre=lc[pos],p[pn].now=(lc[pos]=v);
        }
    }
    sort(q+1,q+qn+1);
    int tim=0;
    _rep(i,1,qn){
        while(lef>q[i].l)add(cc[--lef]);
        while(rig<q[i].r)add(cc[++rig]);
        while(lef<q[i].l)del(cc[lef++]);
        while(rig>q[i].r)del(cc[rig--]);
        while(tim<q[i].t)update(p[++tim]);
        while(tim>q[i].t)update(p[tim--]);
        ans[q[i].idx]=cur_ans;
    }
    _rep(i,1,qn)
    enter(ans[i]);
    return 0;
}

```

## 例题 2

CF940F

### 题意

给定一个长度为  $n$  的序列，接下来两种操作。

操作 1 给定询问区间  $[l,r]$  设  $c_i$  表示  $i$  在  $a_l \sim a_r$  中出现的次数  $s_i$  表示  $i$  在  $c_0 \sim c_{1e9}$  中出现的次数，求  $\text{mex}(s)$

其中  $\text{mex}(s)$  表示没有出现在序列  $s$  中的最小非负整数。

操作  $s$  为单点修改。

## 题解

首先离散化一下原序列和修改操作的数值，这样数值范围变为  $O(n+q)$  同时也不会影响答案。

另外假设  $\text{mex}(s) = k + 1$  则对每个  $i \in [1, k]$  至少有一个  $j$  满足  $c_j = i$  于是这样询问区间长度至少为  $\sum_{i=1}^k i = \frac{k(k+1)}{2}$

于是  $\text{mem}(s) \sim O(\sqrt{n})$  带修莫队维护  $c, s$  序列，对每个询问暴力查询  $s$  数组，时间复杂度  $O(n^{\frac{5}{3}} + m\sqrt{n})$

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:%E8%8E%AB%E9%98%9F%E7%AE%97%E6%B3%95\\_1&rev=1612668038](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:%E8%8E%AB%E9%98%9F%E7%AE%97%E6%B3%95_1&rev=1612668038)

Last update: 2021/02/07 11:20