牛客练习赛83

比赛链接

D-数列递推

题意

给定 n,f_0□求 $f_{1\sim n}$□其中

$$ f_i=\sum_{j=1}^if_{i\mod j} $$

题解

设 $i=kb+r$□考虑整数分块枚举 k□设 $t=i\mod k$□此时有 $r=t,t+k,t+2k,\cdots i-k\ast\text{lef}$□

当 $k\lt \sqrt n$ 时，如果能提前维护 $f_t,f_{t+2k},f_{t+3k}\cdots$ 的前缀和，就可以 $O(1)$ 计算贡献。

当 $k\ge \sqrt n$ 时，显然 b,r 唯一，直接计算贡献即可。于是整数分块部分的时间复杂度为 $O(\sqrt i)$□

对每个 i□枚举 $k\lt \sqrt n$□更新 $f_t,f_{t+2k},f_{t+3k}\cdots$ 的前缀和的时间复杂度为 $O(\sqrt n)$□于是总时间复杂度 $O(n\sqrt n)$□

```
const int MAXN=1e5+5,MAXM=405,Mod=998244353;
int f[MAXN];
int s[MAXM][MAXN];
int main()
{
    int n=read_int(),v0=read_int(),m=sqrt(n)+1;
    f[0]=1;
    _for(i,0,m)
    s[i][0]=1;
    _rep(i,1,n){
        int lef=1,rig=0;
        while(lef<=i){
            rig=i/(i/lef);
            int k=i/lef;
            if(k<m)
            f[i]=(f[i]+s[k][i-lef*k])%Mod;
            else
            f[i]=(f[i]+f[i-lef*k])%Mod;
            lef=rig+1;
        }
        _for(k,1,m){
```

```
                if(i>=k)
                s[k][i]=(s[k][i-k]+f[i])%Mod;
                else
                s[k][i]=f[i];
            }
        }
        _rep(i,1,n){
            f[i]=(1LL*f[i]*v0%Mod+Mod)%Mod;
            space(f[i]);
        }
        return 0;
}
```

E-小L的疑惑

题意

给定互素的 a,b▯求 $ax+by(x,y\ge 0)$ 不能表示的数中第 k 大的数。

题解

首先给定结论当 a,b 互素时▯$ax+by(x,y\ge 0)$ 不能表示的正数等价于所有形如 $ab-na-mb(n,m\ge 1)$ 的正数，具体见 证明▯

接下来问题转化为求所有形如 $ab-na-mb(n,m\ge 1)$ 的正数中第 k 大的元素。

考虑维护两个队列，队列一维护所有 $ab-a-mb(m=1)$▯且保证递减。

队列二维护所有 $ab-na-mb(n\ge 1,m\ge 2)$▯且保证递减。每次选择当前两个队列的队首的较大者进行 pop▯连续 k 次即可得到第 k 大。

队列一的维护仅需要每次 pop 后 m 加一即可。队列二初始时为空，每次 pop 元素 t 后将 $t-a,t-b$ 加入队列。

先证明这样得到的队列二一定满足递减性质。假设先前 pop 的所有元素确实为前 k 大，记为 $a_1,a_2\cdots a_k$▯

现在 pop 的元素为 a_{k+1}▯

则队列二的当前所有元素一定