2020牛客国庆集训派对

Day 1

比赛链接

I Saba1000kg

题意

给定一张图 q 个询问，每次询问只考虑图中 s_i 个点构成的连通块数。数据保证 $\sum s_i\le 10^5$

题解

考虑分块。当 $s_i\lt k$ 时暴力 $O(s_i^2)$ 枚举所有点对同时维护并查集 $s_i\ge k$ 时暴力 $O(m)$ 枚举所有边同时维护并查集。

从均摊复杂度考虑，消耗每点 $\sum s_i$ 的复杂度为 $O(\max(\cfrac {s_i^2}{s_i}(s_i\lt k),\cfrac m{s_i}(s_i\ge k))\log s_i)=O(\max (k,\cfrac mk)\log k)$

取 $k=O(\sqrt m)$ 时总时间复杂度为 $O(\sum s_i\sqrt m\log m)$

```
const int MAXN=1e5+5;
set<int>g[MAXN];
struct Edge{
    int u,v;
}edge[MAXN];
int p[MAXN],b[MAXN];
bool vis[MAXN];
int Find(int x){return x==p[x]?x:p[x]=Find(p[x]);}
void Merge(int x,int y){
    int xx=Find(x),yy=Find(y);
    if(xx!=yy)
    p[xx]=yy;
}
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int(),q=read_int(),limt=sqrt(m+10);
    _for(i,0,m){
        edge[i].u=read_int(),edge[i].v=read_int();
        g[edge[i].u].insert(edge[i].v);
        g[edge[i].v].insert(edge[i].u);
    }
    while(q--){
```

```
        int sz=read_int(),ans=0;
        _for(i,0,sz){
            b[i]=read_int();
            vis[b[i]]=true;
            p[b[i]]=b[i];
        }
        if(sz<limt){
            _for(i,0,sz)
            _for(j,i,sz){
                if(g[b[i]].count(b[j]))
                Merge(b[i],b[j]);
            }
        }
        else{
            _for(i,0,m){
                if(vis[edge[i].u]&&vis[edge[i].v])
                Merge(edge[i].u,edge[i].v);
            }
        }
        _for(i,0,sz){
            ans+=(Find(b[i])==b[i]);
            vis[b[i]]=false;
        }
        enter(ans);
    }
    return 0;
}
```

Day 4

比赛链接

B Arithmetic Progressions

题意

给定一个不可重集，求最大子集满足子集中数构成等差数列。

题解

先将不可重集排序得到序列 A 然后令 $\text{dp}(i,j)$ 表示等差数列最后一项为 a_j 且倒数第二项为 a_i 时的等差数列的长度。

考虑枚举 i 同时双指针 $k\lt i\lt j$ 查找满足 $a_k+a_j=a_i$ 的数，有状态转移 $\text{dp}(i,j)=\text{dp}(k,i)+1$ 时间复杂度 $O(n^2)$

```
const int MAXN=5e3+5;
int a[MAXN],dp[MAXN][MAXN];
int main()
{
    int n=read_int();
    _for(i,0,n)a[i]=read_int();
    sort(a,a+n);
    _for(i,0,n)_for(j,i+1,n)dp[i][j]=2;
    int ans=2;
    _for(i,0,n){
        int pos1=i-1,pos2=i+1;
        while(pos1>=0&&pos2<n){
            if(a[pos1]+a[pos2]<(a[i]<<1))pos2++;
            else if(a[pos1]+a[pos2]>(a[i]<<1))pos1--;
            else{
                dp[i][pos2]=max(dp[i][pos2],dp[pos1][i]+1);
                ans=max(ans,dp[i][pos2]);
                pos1--;pos2++;
            }
        }
    }
    enter(ans);
    return 0;
}
```

H Colorful Tree

题意

给定一棵树，树上每点有一种颜色。接下来两种操作：

1. 询问包含所有颜色为 c 的结点的最小子图的边数
2. 将某点的颜色修改为 c

题解

将无根树转为以 1 为根的有根树，同时处理得到每个点的 dfs 序。

不难发现，对颜色为 c 的结点的最小子图的边数等价于所有该颜色结点所有 dfs 序相邻结点距离加上 dfs 序最大最小两点距离和除以 2。

考虑 set 维护即可，时间复杂度 $O((n+q)\log n)$

```
const int MAXN=1e5+5;
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXN<<1];
```

```
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
namespace LCA{
    int d[MAXN],sz[MAXN],f[MAXN],dfn[MAXN],node_id[MAXN],dfs_t;
    int h_son[MAXN],mson[MAXN],p[MAXN];
    void dfs_1(int u,int fa,int depth){
dfn[u]=++dfs_t;sz[u]=1;f[u]=fa;d[u]=depth;mson[u]=0;node_id[dfs_t]=u;
        for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
            int v=edge[i].to;
            if(v==fa)
            continue;
            dfs_1(v,u,depth+1);
            sz[u]+=sz[v];
            if(sz[v]>mson[u])
            h_son[u]=v,mson[u]=sz[v];
        }
    }
    void dfs_2(int u,int top){
        p[u]=top;
        if(mson[u])dfs_2(h_son[u],top);
        for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
            int v=edge[i].to;
            if(v==f[u]||v==h_son[u])
            continue;
            dfs_2(v,v);
        }
    }
    void init(int root){dfs_1(root,0,0);dfs_2(root,root);}
    int query_lca(int u,int v){
        while(p[u]!=p[v]){
            if(d[p[u]]<d[p[v]])swap(u,v);
            u=f[p[u]];
        }
        return d[u]<d[v]?u:v;
    }
    int query_dis(int u,int v){
        u=node_id[u],v=node_id[v];
        return d[u]+d[v]-2*d[query_lca(u,v)];
    }
};
typedef set<int>::iterator iter;
set<int>s[MAXN];
int c[MAXN];
LL ans[MAXN];
void del(int c,int u){
    iter it=s[c].find(u);
    int l=0,r=0;
    if(++it!=s[c].end())
```

```
    r=*it;
    if(--it!=s[c].begin())
    l=*(--it);
    if(l&&r)ans[c]+=LCA::query_dis(l,r);
    if(l)ans[c]-=LCA::query_dis(l,u);
    if(r)ans[c]-=LCA::query_dis(u,r);
    s[c].erase(u);
}
void add(int c,int u){
    s[c].insert(u);
    iter it=s[c].find(u);
    int l=0,r=0;
    if(++it!=s[c].end())
    r=*it;
    if(--it!=s[c].begin())
    l=*(--it);
    if(l&&r)ans[c]-=LCA::query_dis(l,r);
    if(l)ans[c]+=LCA::query_dis(l,u);
    if(r)ans[c]+=LCA::query_dis(u,r);
}
int main()
{
    int n=read_int();
    _for(i,1,n){
        int u=read_int(),v=read_int();
        Insert(u,v);Insert(v,u);
    }
    LCA::init(1);
    _rep(i,1,n){
        c[i]=read_int();
        add(c[i],LCA::dfn[i]);
    }
    int q=read_int();
    while(q--){
        char opt=get_char();
        if(opt=='Q'){
            int v=read_int();
            if(s[v].empty())
            enter(-1);
            else
            enter((ans[v]+LCA::query_dis(*s[v].begin(),*(--
s[v].end())))/2);
        }
        else{
            int u=read_int(),v=read_int();
            del(c[u],LCA::dfn[u]);
            add(v,LCA::dfn[u]);
            c[u]=v;
        }
    }
    return 0;
```

```
}
```