

2019 Multi-University Training Contest 2

[比赛链接](#)

B. Beauty Of Unimodal Sequence

题意

给定一个序列，求最长的单峰序列中字典序最小和最大的序列。

其中单峰序列定义为序列 $p_1, p_2 \dots p_t$ 满足约束 $p_1 < p_2 < \dots < p_t$ 且 $a_{p_1} < a_{p_2} < \dots < a_{p_k} > \dots > a_{p_t}$

题解

首先不难求出 $f(0, i)$ 表示以 a_i 结尾的最长单增序列， $f(1, i)$ 表示以 a_i 开头的最长单减序列。定义 $g(i)$ 表示以 a_i 开头的最长单峰序列。

于是有状态转移

$$g(i) = \max(f(1, i), \max_{j > i, a_j > a_i} g(j) + 1)$$

不难用线段树维护求解 $g(i)$ ，另外最长单峰序列长度为 $\max(g(i) + f(0, i) - 1)$ ，接下来考虑贪心逐位求最小和最大字典序单峰序列。

最小字典序只需要从前往后考虑找到第一个满足相应条件的位置。

考虑通过当前是否已经强制降序，以及 $f(1, i), g(i)$ 判断选取当前位置的数后是否可以构造最长单峰序列即可，时间复杂度 $O(n)$ 。

最大字典序需要从后往前考虑找到第一个满足相应条件的位置，和最小字典序类似，但需要保证每个数只被扫到 $O(1)$ 次，用桶维护即可。

总时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

```
const int MAXN=3e5+5;
int a[MAXN], b[MAXN], f[MAXN], dp[2][MAXN], g[MAXN], ans[MAXN];
void solve(int *a, int *dp, int n){
    int m=0;
    for(i, 0, n){
        int pos=lower_bound(f, f+m, a[i]) - f;
        dp[i]=pos;
        f[pos]=a[i];
        if(m==pos) m++;
    }
}
int lef[MAXN<<2], rig[MAXN<<2], s[MAXN<<2];
```

```
void build(int k,int L,int R){
    lef[k]=L,rig[k]=R,s[k]=0;
    if(L==R) return;
    int M=L+R>>1;
    build(k<<1,L,M);
    build(k<<1|1,M+1,R);
}

void update(int k,int pos,int v){
    if(lef[k]==rig[k]){
        s[k]=max(s[k],v);
        return;
    }
    int mid=lef[k]+rig[k]>>1;
    if(pos<=mid)
        update(k<<1,pos,v);
    else
        update(k<<1|1,pos,v);
    s[k]=max(s[k<<1],s[k<<1|1]);
}

int query(int k,int L,int R){
    if(L<=lef[k]&&rig[k]<=R)
        return s[k];
    int mid=lef[k]+rig[k]>>1;
    if(mid>=R)
        return query(k<<1,L,R);
    else if(mid<L)
        return query(k<<1|1,L,R);
    else
        return max(query(k<<1,L,R),query(k<<1|1,L,R));
}

vector<int> c1[MAXN],c2[MAXN];
int main()
{
    int n;
    while(~scanf("%d",&n)){
        _for(i,0,n)a[i]=b[i]=read_int();
        sort(b,b+n);
        int m=unique(b,b+n)-b;
        _for(i,0,n)
            a[i]=lower_bound(b,b+m,a[i])-b;
        solve(a,dp[0],n);
        reverse(a,a+n);
        solve(a,dp[1],n);
        reverse(a,a+n);
        reverse(dp[1],dp[1]+n);
        build(1,0,m);
        int maxs=0;
        for(int i=n-1;i>=0;i--){
            g[i]=max(query(1,a[i]+1,m),dp[1][i])+1;
            update(1,a[i],g[i]);
        }
    }
}
```

```

        maxs=max(maxs,g[i]+dp[0][i]);
    }
    int pos=0,flag=1,curv=-1;
    _for(i,0,n){
        if(flag){
            if(a[i]>curv&&pos+g[i]==maxs){
                ans[pos++]=i;
                curv=a[i];
            }
            else if(a[i]<curv&&pos+dp[1][i]+1==maxs){
                ans[pos++]=i;
                curv=a[i];
                flag=0;
            }
        }
        else{
            if(a[i]<curv&&pos+dp[1][i]+1==maxs){
                ans[pos++]=i;
                curv=a[i];
            }
        }
    }
    _for(i,0,maxs)
    printf("%d%c",ans[i]+1,(i==maxs-1)?'\n':' ');
    _for(i,0,maxs)c1[i].clear(),c2[i].clear();
    for(int i=n-1;i>=0;i--){
        c1[maxs-g[i]].push_back(i);
        c2[maxs-dp[1][i]-1].push_back(i);
    }
    pos=0,flag=1,curv=-1;
    _for(i,0,maxs){
        if(flag){
            int pos1=0,pos2=0;
            while(pos1<=c1[i].size()&&pos2<=c2[i].size()){
if(pos2==c2[i].size()||(pos1!=c1[i].size()&&c1[i][pos1]>=c2[i][pos2])){
                int p=c1[i][pos1++];
                if(a[p]>curv){
                    ans[i]=p;
                    curv=a[p];
                    break;
                }
            }
            else{
                int p=c2[i][pos2++];
                if(a[p]<curv){
                    ans[i]=p;
                    curv=a[p];
                    flag=0;
                    break;
                }
            }
        }
    }
}

```

```
    }  
  }  
  else{  
    _for(j,0,c2[i].size()){  
      int p=c2[i][j];  
      if(a[p]<curv){  
        ans[i]=p;  
        curv=a[p];  
        break;  
      }  
    }  
  }  
  _for(i,0,maxs)  
    printf("%d%c",ans[i]+1,(i==maxs-1)?'\n':' ');  
}  
return 0;  
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:2021_buaa_spring_training9

Last update: 2021/06/20 21:37