

Atcoder Rugular Contest 112

[比赛链接](#)

E - Cigar Box

题意

给定初始序列 $(1, 2, \dots, n)$ 每次操作可以任选一个数将其移动到序列最左边或最右边。

问恰好 m 次操作将序列变成 $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 的方案数。

题解

首先最后一次操作一定是将 a_1 移动到最左边，或者将 a_n 移动到最右边。

假设最后先进行 $c_1 (c_1 \geq 0)$ 次操作都是对 a_n 的操作然后再将 a_n 移到最右边，于是这 c_1 次操作有 2^{c_1} 种方案。

于是问题转化为求 $(1, 2, \dots, n)$ 删去 a_n 后恰好在 $m - c_1 - 1$ 次操作将序列变成 $(a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$ 的方案数。

假设问题转化后最后先进行 $c_2 (c_2 \geq 0)$ 次操作都是对 a_{n-1} 或 a_n 的操作然后再将 a_{n-1} 移到最右边，于是这 c_2 次操作有 4^{c_2} 种方案。

更加形式的，假设所有操作删去的数为 $a_1, a_2, \dots, a_l$ 以及 $a_{n-r+1}, a_{n-r+2}, \dots, a_n$ 且假设删去的顺序固定，于是方案数为 $\prod_{i=1}^{l+r} (2i)^{c_i}$

同时 $\sum_{i=1}^{l+r} c_i = m - l - r$ 由于删去的顺序其实是不固定的，于是最终算贡献时需要乘上 $\binom{l+r}{l}$

关于方案的合法性 $(1, 2, \dots, n)$ 删去 $a_1, a_2, \dots, a_l$ 以及 $a_{n-r+1}, a_{n-r+2}, \dots, a_n$ 的数都未经操作。

于是剩下的排列就是 $(a_{l+1}, a_{l+2}, \dots, a_{n-r})$ 所以只要 $a_{l+1}, a_{l+2}, \dots, a_{n-r}$ 单增即可计入贡献。

最后问题就剩下计算每个 $\prod_{i=1}^{l+r} (2i)^{c_i}$ 了，设 $\text{dp}(i, j) = \prod_{k=1}^i (2k)^{c_k} \text{ where } \sum_{k=1}^i c_k = j$ 考虑枚举 c_i 于是有状态转移：

$$\text{dp}(i, j) = \sum_{k=0}^j (2i)^{j-k} \text{dp}(i-1, k)$$

记录一下前缀和，即可 $O(nm)$ 完成 dp 最后 $O(n^2)$ 枚举 l, r 统计贡献即可。

```
const int MAXN=3005, Mod=998244353;
int C[MAXN][MAXN], dp[MAXN][MAXN], a[MAXN];
```

```
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int();
    _rep(i,1,n)a[i]=read_int();
    C[0][0]=1;
    _rep(i,1,n){
        C[i][0]=1;
        _rep(j,1,i)
            C[i][j]=(C[i-1][j]+C[i-1][j-1])%Mod;
    }
    dp[0][0]=1;
    _rep(i,1,n){
        int s=0;
        _rep(j,0,m){
            s=(2LL*i*s+dp[i-1][j])%Mod;
            dp[i][j]=s;
        }
    }
    int ans=0;
    _rep(i,0,n){
        for(int j=n-i;j>=0;j--){
            if(n-i-j>=2&& a[n-j]<a[n-j-1])break;
            if(m-i-j>=0)ans=(ans+1LL*dp[i+j][m-i-j]*C[i+j][i])%Mod;
        }
    }
    enter(ans);
    return 0;
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_112

Last update: 2021/02/28 10:30