

Atcoder Rugular Contest 113

[比赛链接](#)

F - Social Distance

题意

给定初始序列 $(1, 2 \dots n)$ 每次操作可以任选一个数将其移动到序列最左边或最右边。

问恰好 m 次操作将序列变成 $(a_1, a_2 \dots a_n)$ 的方案数。

题解

首先最后一次操作一定是将 a_1 移动到最左边，或者将 a_n 移动到最右边。

假设最后先进行 $c_1 (c_1 \ge 0)$ 次操作都是对 a_n 的操作然后再将 a_n 移到最右边，于是这 c_1 次操作有 2^{c_1} 种方案。

于是问题转化为求 $(1, 2 \dots n)$ 删去 a_n 后恰好在 $m - c_1 - 1$ 次操作将序列变成 $(a_1, a_2 \dots a_{n-1})$ 的方案数。

假设问题转化后最后先进行 $c_2 (c_2 \ge 0)$ 次操作都是对 a_{n-1} 或 a_n 的操作然后再将 a_{n-1} 移到最右边，于是这 c_2 次操作有 4^{c_2} 种方案。

更加形式的，假设所有操作删去的数为 $a_1, a_2 \dots a_l$ 以及 $a_{n-r+1}, a_{n-r+2} \dots a_n$ 且假设删去的顺序固定，于是方案数为 $\prod_{i=1}^{l+r} (2i)^{c_i}$

同时 $\sum_{i=1}^{l+r} c_i = m - l - r$ 由于删去的顺序其实是不固定的，于是最终算贡献时需要乘上 $\binom{l+r}{l}$

关于方案的合法性 $(1, 2 \dots n)$ 删去 $a_1, a_2 \dots a_l$ 以及 $a_{n-r+1}, a_{n-r+2} \dots a_n$ 的数都未经操作。

于是剩下的排列就是 $(a_{l+1}, a_{l+2} \dots a_{n-r})$ 所以只要 $a_{l+1}, a_{l+2} \dots a_{n-r}$ 单增即可计入贡献。



From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_112&rev=1614477241

Last update: 2021/02/28 09:54