

# Atcoder Regular Contest 113

[比赛链接](#)

## F - Social Distance

### 题意

给定初始序列  $(1, 2, \dots, n)$  每次操作可以任选一个数将其移动到序列最左边或最右边。

问恰好  $m$  次操作将序列变成  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  的方案数。

### 题解

首先最后一次操作一定是将  $a_1$  移动到最左边，或者将  $a_n$  移动到最右边。

假设最后先进行  $c_1 (c_1 \geq 0)$  次操作都是对  $a_n$  的操作然后再将  $a_n$  移到最右边，于是这  $c_1$  次操作有  $2^{c_1}$  种方案。

于是问题转化为求  $(1, 2, \dots, n)$  删去  $a_n$  后恰好在  $m - c_1 - 1$  次操作将序列变成  $(a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$  的方案数。

假设问题转化后最后先进行  $c_2 (c_2 \geq 0)$  次操作都是对  $a_{n-1}$  或  $a_n$  的操作然后再将  $a_{n-1}$  移到最右边，于是这  $c_2$  次操作有  $4^{c_2}$  种方案。

更加形式的，假设所有操作删去的数为  $a_1, a_2, \dots, a_l$  以及  $a_{n-r+1}, a_{n-r+2}, \dots, a_n$  且假设删去的顺序固定，于是方案数为  $\prod_{i=1}^{l+r} (2i)^{c_i}$

同时  $\sum_{i=1}^{l+r} c_i = m - l - r$  由于删去的顺序其实是不固定的，于是最终算贡献时需要乘上  $\binom{l+r}{l}$

关于方案的合法性  $(1, 2, \dots, n)$  删去  $a_1, a_2, \dots, a_l$  以及  $a_{n-r+1}, a_{n-r+2}, \dots, a_n$  的数都未经操作。

于是剩下的排列就是  $(a_{l+1}, a_{l+2}, \dots, a_{n-r})$  所以只要  $a_{l+1}, a_{l+2}, \dots, a_{n-r}$  单增即可计入贡献。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:contest:arc\\_112&rev=1614477241](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_112&rev=1614477241)

Last update: 2021/02/28 09:54

