

# Atcoder Regular Contest 112

[比赛链接](#)

## E - Cigar Box

### 题意

给定初始序列  $(1, 2 \dots n)$  每次操作可以任选一个数将其移动到序列最左边或最右边。

问恰好  $m$  次操作将序列变成  $(a_1, a_2 \dots a_n)$  的方案数。

### 题解

首先最后一次操作一定是将  $a_1$  移动到最左边，或者将  $a_n$  移动到最右边。

假设最后先进行  $c_1 (c_1 \geq 0)$  次操作都是对  $a_n$  的操作然后再将  $a_n$  移到最右边，于是这  $c_1$  次操作有  $2^{c_1}$  种方案。

于是问题转化为求  $(1, 2 \dots n)$  删去  $a_n$  后恰好在  $m - c_1 - 1$  次操作将序列变成  $(a_1, a_2 \dots a_{n-1})$  的方案数。

假设问题转化后最后先进行  $c_2 (c_2 \geq 0)$  次操作都是对  $a_{n-1}$  或  $a_n$  的操作然后再将  $a_{n-1}$  移到最右边，于是这  $c_2$  次操作有  $4^{c_2}$  种方案。

更加形式的，假设所有操作删去的数为  $a_1, a_2 \dots a_l$  以及  $a_{n-r+1}, a_{n-r+2} \dots a_n$  且假设删去的顺序固定，于是方案数为  $\prod_{i=1}^{l+r} (2i)^{c_i}$

同时  $\sum_{i=1}^{l+r} c_i = m - l - r$  由于删去的顺序其实是不固定的，于是最终算贡献时需要乘上  $\binom{l+r}{l}$

关于方案的合法性  $(1, 2 \dots n)$  删去  $a_1, a_2 \dots a_l$  以及  $a_{n-r+1}, a_{n-r+2} \dots a_n$  的数都未经操作。

于是剩下的排列就是  $(a_{l+1}, a_{l+2} \dots a_{n-r})$  所以只要  $a_{l+1}, a_{l+2} \dots a_{n-r}$  单增即可计入贡献。

最后问题就剩下计算每个  $\prod_{i=1}^{l+r} (2i)^{c_i}$  了，设  $\text{dp}(i, j) = \prod_{k=1}^i (2k)^{c_k} \left( \sum_{k=1}^i c_k = j \right)$  考虑枚举  $c_i$  于是有状态转移：

$$\text{dp}(i, j) = \sum_{k=0}^j (2i)^{j-k} \text{dp}(i-1, k)$$

记录一下前缀和，即可  $O(nm)$  完成  $\text{dp}$  最后  $O(n^2)$  枚举  $l, r$  统计贡献即可。

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:

[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:contest:arc\\_112&rev=1614479274](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_112&rev=1614479274) 

Last update: **2021/02/28 10:27**