

# Atcoder Regular Contest 122

[比赛链接](#)

## C - Calculator

### 题意

给定  $x, y$  初值均为  $0$ ，接下来给定  $4$  种操作：

1.  $x \text{ gets } x+1$
2.  $y \text{ gets } y+1$
3.  $x \text{ gets } x+y$
4.  $y \text{ gets } x+y$

要求在  $130$  步操作内将  $x$  变为  $N(N \leq 10^{18})$

### 赛时解法

不妨先规定一个  $y$  的最终值，然后利用操作  $3, 4$  对  $x, y$  进行更相减损术，当  $x, y$  其中一个为  $0$  时再利用操作  $1, 2$  暴力处理。

最后逆序输出即可。操作次数等于更相减损术次数加上  $\text{gcd}(x, y)$  不难发现斐波那契数列是最理想的情况，但  $N$  不一定是斐波那契数。

不妨强制认为  $N$  是斐波那契数，于是根据斐波那契数通项公式不妨猜想  $y$  的最终值在  $\frac{\{2N\} \sqrt{5+1}}{}$  附近。

将  $\frac{\{2N\} \sqrt{5+1}}{20} \leq y \leq \frac{\{2N\} \sqrt{5+1}}{20} + 20$  都代入尝试即可。

```
LL cal(LL n, LL p){
    int pos=3;
    LL ans=0;
    while(p>0){
        LL t=n;
        while(t>=p){
            t-=p;
            ans++;
        }
        if(pos==3)pos=4;
        else pos=3;
        n=p;
        p=t;
    }
    return ans+n;
}
```

```
int main()
{
    LL n=read_LL();
    LL v=n*2/(sqrt(5)+1);
    for(LL i=max(v-20,0LL);i<=min(v+20,n);i++){
        if(cal(n,i)<125){
            LL p=i;
            stack<int> s;
            int pos=3;
            while(p>0){
                LL t=n;
                while(t>=p){
                    t-=p;
                    s.push(pos);
                }
                if(pos==3)pos=4;
                else pos=3;
                n=p;
                p=t;
            }
            enter(s.size()+n);
            LL tn=0,tp=0;
            _for(i,0,n){
                if(pos==3){
                    tn++;
                }
                else
                    tp++;
                enter(pos-2);
            }
            while(!s.empty()){
                enter(s.top());
                if(s.top()==3)
                    tn=tn+tp;
                else
                    tp=tn+tp;
                s.pop();
            }
            return 0;
        }
    }
    return 0;
}
```

## 正解

假定操作序列为  $4,3,4,3,4,3\cdots$  共操作  $S$  次，且最后一次操作为  $3$ 。

接下来考虑在该操作序列中插入  $1,2$  操作，定义  $F(0)=F(1)=1,F(n)=F(n-1)+F(n-2)$

不妨规定仅在操作 \$3\$ 后面或者最开始插入操作 \$1\$，操作 \$4\$ 后面插入操作 \$2\$。

不难发现在第 \$i(0 \le i \le S)\$ 次操作后插入一个操作最后对 \$x\$ 的贡献为 \$F(S-i)\$

于是问题转化为将 \$N\$ 分解为若干斐波那契数。取 \$S = \max\{F(S) \le 10^{18}\} = 86\$

最后贪心分解 \$N\$ 即可。显然 \$F(i), F(i-1)\$ 不可能同时存在与 \$N\$ 的分解，否则可以用 \$F(i+1)\$ 替代，于是最大操作数为 \$\lceil \frac{(S+1)^2}{2} \rceil = 44\$

于是总操作数不超过 \$130\$ 次。

## D - XOR Game

### 题意

给定 \$2N\$ 个数和两名玩家。

两名玩家轮流操作，每轮玩家 \$A\$ 先选一个数并删除该数，玩家 \$B\$ 再选一个数并删除该数，然后该轮得分为两个数的异或和。

游戏总分为 \$n\$ 轮得到的最大值，玩家 \$A\$ 希望最大化得分，玩家 \$B\$ 希望最小化得分，输出最终得分。

### 题解

显然玩家 \$A\$ 的操作是没有意义的，因为可以先假设玩家 \$B\$ 操作两个人，得到最优方案。然后玩家 \$A\$ 实际操作时进行配对即可。

于是问题转化为最小化 \$N\$ 对数的异或和的最大值。从高位到低位考虑得到，假设当前考虑到第 \$i\$ 位。

若第 \$i\$ 位为 \$0\$ 和 \$1\$ 的数都有偶数个，那显然第 \$i\$ 位为 \$0\$ 的数之间相互配对，第 \$i\$ 位为 \$1\$ 的数之间相互配对，直接递归即可。

否则答案一定为从第 \$i\$ 位为 \$0\$ 的数中选一个和从第 \$i\$ 位为 \$1\$ 的数中选一个的异或和的最小值。时间复杂度 \$O(n \log v)\$

```
const int MAXN=4e5+5,MAXL=30,MAXS=MAXN*MAXL,inf=1<<30;
int a[MAXN],ch[MAXS][2],node_cnt;
void Insert(int v){
    int pos=0;
    for(int i=MAXL-1;i>=0;i--){
        int d=(v>>i)&1;
        if(!ch[pos][d]){
            ch[pos][d]=++node_cnt;
            ch[node_cnt][0]=ch[node_cnt][1]=0;
        }
        pos=ch[pos][d];
    }
}
int query(int v){
```

```
int pos=0,ans=0;
for(int i=MAXL-1;i>=0;i--){
    int d=(v>>i)&1;
    if(!ch[pos][d]){
        d^=1;
        ans|=1<<i;
    }
    pos=ch[pos][d];
}
return ans;
}
int solve(int lef,int rig,int pos){
    if(lef>rig||pos<0)return 0;
    int mid=lef-1;
    while(mid+1<=rig&&!((a[mid+1]>>pos)&1))mid++;
    if((mid-lef+1)%2==0)
        return max(solve(lef,mid,pos-1),solve(mid+1,rig,pos-1));
    ch[0][0]=ch[0][1]=0;
    node_cnt=0;
    _rep(i,lef,mid)Insert(a[i]);
    int ans=inf;
    _rep(i,mid+1,rig)
        ans=min(ans,query(a[i]));
    return ans;
}
int main()
{
    int n=read_int()*2;
    _for(i,0,n)a[i]=read_int();
    sort(a,a+n);
    enter(solve(0,n-1,MAXL-1));
    return 0;
}
```

## E - Increasing LCMs

### 题意

给定长度为  $N$  的序列  $A$ ，要求对序列进行重新排列，使得  $B_i = \text{LCM}_{j=1}^i A_j$  严格单调递增。

### 题解

首先确定  $A$  重新排列后最后一个元素  $A_i$  一定要满足条件  $\text{GCD}(\text{LCM}_{j=1}^i A_j, A_i) \neq A_i$ ，发现  $\text{LCM}_{j=1}^i A_j$  太大了，不利于计算。

不难发现，上述条件等价于  $\text{LCM}_{j \neq i} \left( \text{GCD}(A_i, A_j) \right) \neq A_i$

如果满足条件的  $A_i$  不存在，显然答案不存在。否则将所有满足条件的  $A_i$  以任意顺序放到序列尾部，然后处理剩余部分即可。

时间复杂度  $O(n^3 \log v)$

```

const int MAXN=105;
LL a[MAXN];
LL gcd(LL a,LL b){
    while(b){
        LL t=b;
        b=a%b;
        a=t;
    }
    return a;
}
LL lcm(LL a,LL b){
    if(a==0||b==0)
        return a|b;
    LL g=gcd(a,b);
    return (a/g)*(b/g)*g;
}
int main()
{
    int n=read_int();
    _for(i,0,n)a[i]=read_LL();
    for(int i=n-1;i>=0;i--){
        int pos=-1;
        _rep(j,0,i){
            LL s=0;
            _rep(k,0,i){
                if(k==j)continue;
                s=lcm(s,gcd(a[j],a[k]));
            }
            if(s!=a[j]){
                pos=j;
                break;
            }
        }
        if(pos==-1){
            puts("No");
            return 0;
        }
        swap(a[pos],a[i]);
    }
    puts("Yes");
    _for(i,0,n)
        space(a[i]);
    return 0;
}

```

}

## F - Domination

### 题意

二维平面给定  $n$  个红点和  $m$  个蓝点，可以任意次移动某个蓝点，费用为曼哈顿距离。

问满足下述情况的最小费用：

对每个红点  $(x_r, y_r)$  至少有  $k$  个蓝点  $(x_b, r_b)$  满足  $x_b \geq x_r, y_b \geq y_r$

### 题解

首先考虑  $k=1$  且只有一个红点  $(x_r, y_r)$  和多个蓝点的情况。

重新建图，图中只有  $X$  轴和  $Y$  轴上的点，且  $X$  轴的  $(0,0)$  和  $Y$  轴的  $(0,0)$  不是同一个点。

$(x,0) \rightarrow (x+1,0)$  费用为  $1$   $(x+1,0) \rightarrow (x,0)$  费用为  $0$   $(0,y) \rightarrow (0,y+1)$  费用为  $0$   $(0,y+1) \rightarrow (0,y)$  费用为  $1$ 。

对每个蓝点，代表一条从  $(0, y_b)$  连向  $(x_b, 0)$  的费用为  $0$  的边。

于是红点被该蓝点覆盖的费用恰好为路径  $(0, y_r) \rightarrow (0, y_b) \rightarrow (x_b, 0) \rightarrow (x_r, 0)$  的费用。

所以该情况下的最小费用为  $(0, y_r) \rightarrow (x_r, 0)$  的最短路。

首先对每个红点  $(x_1, y_1)$  如果存在另一个红点  $(x_2, y_2)$  满足  $x_2 \geq x_1, y_2 \geq y_1$  那  $(x_1, y_1)$  显然可以删除。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:contest:arc\\_122&rev=1625217146](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_122&rev=1625217146)

Last update: 2021/07/02 17:12

