Atcoder Rugular Contest 124

比赛链接

D - Yet Another Sorting Problem

题意

给定一个 \$n+m\$ 的排列,每次可以选取一个位置位于 \$1sim n\$ 的元素和一个位置位于 \$n+1sim n+m\$ 的元素交换位置。

问使得排列有序的最小操作次数。

题解

将排列分解成若干置换环,则对于每个交换操作,等价于选取 \$1\le i\le n,n+1\le j\le n+m\$[]将 \$i\to p_i,j\to p_i\$[]

不难发现如果 \$i,j\$ 属于同一个置换环则环分裂, 否则两个环合并。

同时将前 \$n\$ 个位置染黑,后 \$m\$ 个位置染白,于是每次操作需要选中一个黑点和一个白点进行操作。

设 \$A_i\$ 表示第 \$i\$ 次操作后大小至少为 \$2\$ 的纯黑色环个数□ \$B_i\$ 表示第 \$i\$ 次操作后大小至少为 \$2\$ 的纯白色环个数□\$C_i\$ 表示第 \$i\$ 次操作后置换环个数。

定义势能函数 \$f(i)=n+m-C_i+2\max(A_i,B_i)\$[]不难发现 \$|C_{i+1}-C_i|=1,|A_{i+1}-A_i|\le 1,|B_{i+1}-B_i|\le 1\$|

同时有 \$(C_{i+1}-C_i)(A_{i+1}-A_i)\ge 0,(C_{i+1}-C_i)(B_{i+1}-B_i)\ge 0\$[]于是有 \$f(i+1)\ge f(i)+1\$[]

终态 \$A_z=B_z=0,C_z=n+m\$□于是有 \$f(Z)=0\$□最小操作次数不小于 \$f(0)-f(Z)=n+m-C 0+2\max(A 0,B 0)\$□

下面证明下界可以取到:

首先如果 \$A_i\gt 0,B_i\gt 0\$||可以选取一个纯黑环和一个纯白环合并,这样 \$A_{i+1}-A_i=B_{i+1}-B i=C {i+1}-C i=-1, f(i+1)=f(i)-1\$||

若 \$A_i\gt 0,B_i=0\$□可以选取一个纯黑环和一个含白点的环合并,这样 \$\max(A_{i+1},B_{i+1})-\max(A_i,B_i)=-1,f(i+1)=f(i)-1\$□

 $A_i=0,B_i\gt 0$ \$ 类似处理。最后考虑 $A_i=0,B_i=0$ \$ 的情况,不妨任取一个大小不为 \$1\$ 的置换环,假设环上黑点不少于白点。

可以找到 \$i,p i\$ 满足 \$i\$ 是白点且 \$p i\$ 是黑点,交换位置 \$i,p i\$ 的元素等价于从环上单独拆出 \$p i\$[

这样环上黑点数减一,但显然不会形成大小超过 \$1\$ 的纯白环。于是 \$A,B\$ 不变[\$C_{i+1}=C_i-1,f(i+1)=f(i)-1\$[

```
const int MAXN=1e5+5;
int n,m,a[MAXN<<1],vis[MAXN<<1];</pre>
int cnt1,cnt2;
void dfs(int pos){
    if(vis[pos])return;
    vis[pos]=true;
    if(pos<=n)cnt1++;
    else
    cnt2++;
    dfs(a[pos]);
int main(){
    n=read int(),m=read int();
    _rep(i,1,n+m)
    a[i]=read_int();
    int ans=n+m, s1=0, s2=0;
    _rep(i,1,n+m){
        if(!vis[i]){
             ans - - ;
             cnt1=cnt2=0;
             dfs(i);
             if(cnt1>=2&cnt2==0)
             s1++;
             else if (cnt2 \ge 2\&cnt1 = 0)
             s2++;
    enter(ans+2*max(s1,s2));
    return 0;
```

From:

https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_124&rev=1630584874

Last update: 2021/09/02 20:14



https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/12/05 02:55