

# Atcoder Rugular Contest 124

[比赛链接](#)

## D - Yet Another Sorting Problem

### 题意

给定一个  $n+m$  的排列，每次可以选取一个位置位于  $1 \sim n$  的元素和一个位置位于  $n+1 \sim n+m$  的元素交换位置。

问使得排列有序的最小操作次数。

### 题解

将排列分解成若干置换环，则对于每个交换操作，等价于选取  $i \in [n, n+m]$  将  $p_i \mapsto p_j, p_j \mapsto p_i$

不难发现如果  $i, j$  属于同一个置换环则环分裂，否则两个环合并。

同时将前  $n$  个位置染黑，后  $m$  个位置染白，于是每次操作需要选中一个黑点和一个白点进行操作。

设  $A_i$  表示第  $i$  次操作后大小至少为  $2$  的纯黑色环个数， $B_i$  表示第  $i$  次操作后大小至少为  $2$  的纯白色环个数， $C_i$  表示第  $i$  次操作后置换环个数。

定义势能函数  $f(i) = n + m - C_i + 2 \max(A_i, B_i)$  不难发现  $|C_{i+1} - C_i| = 1, |A_{i+1} - A_i| \leq 1, |B_{i+1} - B_i| \leq 1$

同时有  $(C_{i+1} - C_i)(A_{i+1} - A_i) \geq 0, (C_{i+1} - C_i)(B_{i+1} - B_i) \geq 0$  于是有  $f(i+1) \geq f(i) + 1$

终态  $A_z = B_z = 0, C_z = n + m$  于是有  $f(z) = 0$  最小操作次数不小于  $f(0) - f(z) = n + m - C_0 + 2 \max(A_0, B_0)$

下面证明下界可以取到：

首先如果  $A_i > 0, B_i > 0$  可以选取一个纯黑环和一个纯白环合并，这样  $A_{i+1} - A_i = B_{i+1} - B_i = C_{i+1} - C_i = -1, f(i+1) = f(i) - 1$

若  $A_i > 0, B_i = 0$  可以选取一个纯黑环和一个含白点的环合并，这样  $\max(A_{i+1}, B_{i+1}) - \max(A_i, B_i) = -1, f(i+1) = f(i) - 1$

$A_i = 0, B_i > 0$  类似处理。最后考虑  $A_i = 0, B_i = 0$  的情况，不妨任取一个大小不为  $1$  的置换环，假设环上黑点不少于白点。

可以找到  $i, p_i$  满足  $i$  是白点且  $p_i$  是黑点，交换位置  $i, p_i$  的元素等价于从环上单独拆出  $p_i$

这样环上黑点数减一，但显然不会形成大小超过  $1$  的纯白环。于是  $A, B$  不变  $C_{i+1} = C_i - 1, f(i+1) = f(i) - 1$

```
const int MAXN=1e5+5;
int n,m,a[MAXN<<1],vis[MAXN<<1];
int cnt1,cnt2;
void dfs(int pos){
    if(vis[pos])return;
    vis[pos]=true;
    if(pos<=n)cnt1++;
    else
        cnt2++;
    dfs(a[pos]);
}
int main(){
    n=read_int(),m=read_int();
    _rep(i,1,n+m)
        a[i]=read_int();
    int ans=n+m,s1=0,s2=0;
    _rep(i,1,n+m){
        if(!vis[i]){
            ans--;
            cnt1=cnt2=0;
            dfs(i);
            if(cnt1>=2&&cnt2==0)
                s1++;
            else if(cnt2>=2&&cnt1==0)
                s2++;
        }
    }
    enter(ans+2*max(s1,s2));
    return 0;
}
```

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:contest:arc\\_124&rev=1630584874](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:arc_124&rev=1630584874)

Last update: 2021/09/02 20:14

