

# CCPC Wannafly Camp Day1

比赛链接

## B. 萨博的方程式

### 题意

给定方程  $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n = k$

其中限定  $x_i \le m_i$  问方程的解的个数。

### 题解

不妨设  $m = \max(m_1, m_2, \dots, m_n)$  且  $m$  的最高位是第  $y$  位。

假设  $\text{dp}(i, j)$  表示前  $i$  个数有  $j$  个数第  $y$  位为  $1$  时  $(x_1, x_2, \dots, x_i)$  的取值方案数。

于是若  $m_i$  第  $y$  位为  $1$ ，分别考虑  $x_i$  第  $y$  位为  $0$  和为  $1$  的情况，有

$$\text{dp}(i, j) = 2^y \text{dp}(i-1, j) + (m_i \bmod 2^y) \text{dp}(i-1, j-1)$$

若  $m_i$  第  $y$  位为  $0$ ，有

$$\text{dp}(i, j) = (m_i \bmod 2^y) \text{dp}(i-1, j)$$

设  $m_i$  中有  $\text{cnt}$  个数第  $y$  位为  $1$ ，接下来我们考虑  $\text{dp}(n, i) (0 \le i \le \text{cnt})$  对答案的贡献。

首先，如果  $k$  第  $y$  位为  $0$ ，则  $i$  的必须是偶数，如果  $k$  第  $y$  位为  $1$ ，则  $i$  的必须是奇数。

接下来对所有合法的  $i \in [0, \text{cnt}]$  且  $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$  的第  $y$  位一定与  $k$  相同，接下来只需要考虑前  $y-1$  位。

假如  $i \in [0, \text{cnt}]$  合法，则这等价于所有  $x$  的第  $y$  位已经确定，于是可以忽略  $m_i$  和  $k$  的第  $y$  位，问题转化为原题的子问题。

接下来考虑剩下所有合法的  $i \neq \text{cnt}$  由于  $i < \text{cnt}$  于是至少有一个  $x_j$  满足  $x_j$  第  $y$  位不等于  $1$  且  $m_j$  第  $y$  位等于  $1$ 。

于是  $x_j$  的前  $y-1$  位无限制。固定其他所有  $x$  对  $x_j \in [0, 2^{y-1}]$  恰有一个  $x_j$  使得  $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n = k$

于是此时  $i$  对答案的贡献为  $\frac{\text{dp}(n, i)}{2^y}$  总时间复杂度  $O(n^2 \log m)$

ps.  $\text{dp}(i, j)$  实际上可以换成  $f(i) = \sum_{j=0, 2 \dots i} \text{dp}(i, j)$ ,  $g(i) = \sum_{j=1, 2 \dots i} \text{dp}(i, j)$  维护，时间复杂度降为  $O(n \log m)$

```
const int MAXN=55,Mod=1e9+7;
int n,k;
int a[MAXN],dp[MAXN][MAXN];
int inv(int a){
    int ans=1,k=Mod-2;
    while(k){
        if(k&1)ans=1LL*ans*a%Mod;
        a=1LL*a*a%Mod;
        k>>=1;
    }
    return ans;
}
int cal(int pos){
    if(pos<0)return 1;
    dp[0][0]=1;
    _for(i,1,MAXN)dp[0][i]=0;
    int cnt=0;
    _for(i,0,n){
        if((a[i]>>pos&1)==1){
            cnt++;
            dp[cnt][0]=1LL*dp[cnt-1][0]*(1<<pos)%Mod;
            _rep(j,1,cnt)
            dp[cnt][j]=(1LL*dp[cnt-1][j]*(1<<pos)+1LL*dp[cnt-1][j-1]*(a[i]%(1<<pos)+1))%Mod;
        }
        else{
            _rep(j,0,cnt)
            dp[cnt][j]=1LL*dp[cnt][j]*(a[i]%(1<<pos)+1)%Mod;
        }
    }
    int ans=0;
    for(int i=k>>pos&1;i<cnt;i+=2)
        ans=(ans+dp[cnt][i])%Mod;
    ans=1LL*ans*inv(1<<pos)%Mod;
    if((cnt&1)==(k>>pos&1))
        ans=(ans+cal(pos-1))%Mod;
    return ans;
}
int main()
{
    while(~scanf("%d%d",&n,&k)){
        _for(i,0,n)a[i]=read_int();
        enter(cal(30));
    }
    return 0;
}
```

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:contest:ccpc\\_wannafly\\_winter\\_camp\\_day2&rev=1619426716](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:ccpc_wannafly_winter_camp_day2&rev=1619426716)

Last update: 2021/04/26 16:45

