

Codeforces Round #698 (Div. 1)

[比赛链接](#)

A. Nezzar and Board

题意

给定 n 个不同的 x_i 每次可以选取一对 x, y 得到 $2x-y$ (注意该操作不会删去原有的 x, y)

问是否能经过有限次操作得到 k

题解

不妨设 $b = \min(x_i)$ 记 $a_i = x_i - b, k' = k - b$ 于是有 $2x_i - x_j = 2a_i - 2b - a_j + b = (2a_i - a_j) - b$

如果用 a_i 替代 x_i k' 替代 k 则所有结果相当于都平移了 b 对答案不影响。于是不妨设序列为 $0, a_2, a_3 \dots a_n$

首先对于 $0, a$ 有 $2a - 0 = 2a, 2*(2a) - a = 3a, 2*(3a) - (2a) = 4a$ 于是可以得到所有 a 的倍数。

然后假设 $n = t$ 时 g_t 一定可以得到，于是能得到 k 当且仅当 $g_t = \text{gcd}(a_2, a_3 \dots a_t) \mid k$

$n = 2$ 时相当于 $0, a$ 的情况，显然成立。

$n = t + 1$ 时，根据裴蜀定理，知存在 x, y 满足

$$x * g_t - y * a_{t+1} = \text{gcd}(g_t, a_{t+1}) = g_{t+1}$$

根据归纳假设，可以得到 g_t 如果 $x = 2x'$ 则先得到 $x' * g_t$ 和 $y * a_{t+1}$ 于是 $g_{t+1} = 2x' * g_t - y * a_{t+1}$

同理 y 为偶数时也能得到 g_{t+1} 下证一定存在 x, y 满足至少有一个偶数。

假设得到的一组 x, y 为全为奇数，则记 $c = \frac{g_t}{g_{t+1}}, d = \frac{a_{t+1}}{g_{t+1}}$ 于是有

$$1 = x * c - y * d = (x + d) * c - (y + c) * d$$

因为 $(c, d) = 1$ 所以 c, d 中至少一个奇数，于是 $x + d, y + c$ 中至少一个偶数，证毕。

D. Nezzar and Hidden Permutations

题意

题解

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:cf_698_div_1&rev=1611931184 

Last update: **2021/01/29 22:39**