Codeforces Round #704 (Div. 2)

比赛链接

E. Enormous XOR

题意

定义 \$F(I,r)\$ 表示 \$I\oplus I+1\oplus\cdots \oplus r\$[]求 \$\max {L\le I\le r\le R}F(I,r)\$[

题解

设 \$R\$ 的长度为 \$n\$□从低位到高位依次编号 \$0,1,2\cdots n-1\$□若 \$L\$ 的第 \$n-1\$ 位为 \$0\$, 取 \$I=2^{n-1}-1,r=2^{n-1}\$□得 \$F(I,r)=2^n-1\$□

若 \$L\$ 的第 \$n-1\$ 位为 \$1\$, 下面证明若 \$R\$ 为偶数且 \$R-L\ge 2\$ 时答案为 \$R+1\$□否则答案为 \$R\$□

首先考虑 \$R-L\gt 2\$ 的情况,不难发现答案一定是 \$R\$[]

接下来考虑 \$R\$ 是奇数的情况,考虑数学归纳法。

对固定的 $L^{L,L}$ 答案为 $L^{L,L+1}$ 答案为 $L^{L,L+1}$ 答案为 $L^{L,L+1}$ 同时 L^{L+1} 其中一定有一个为奇数,满足数学归纳法边界条件。

假设 \$[L,R]\$ 答案为 \$R'\$□考虑 \$[L,R+2]\$ 的答案,对 \$r\le R\$□根据归纳法有 \$F(l,r)\le R\$□

对 \$F(I,R+1)\$□假设有 \$F(I,R+1)\gt R+2\$□不妨假设 \$F(I,R+1)\$ 从高到低首个与 \$R+2\$ 不同的位为 \$k\$□

此时有 \$F(I,R+1)\$ 第 \$k\$ 位为 \$1\$□\$R+2\$ 第 \$k\$ 位为 \$0\$,由于 \$R+2\$ 是奇数,所以 \$k\gt 0\$□

不妨假设 \$[I,R+1]\$ 中最大的且第 \$k\$ 位为 \$1\$ 的数是 \$t\$□

于是有 \$[t+1,R+1]\$ 第 \$k\$ 位为 \$0\$[]\$[t-2^k+1,t]\$ 第 \$k\$ 位为 \$1\$[]\$[t-2^{k+1}+1,t-2^k]\$ 第 \$k\$ 位为 \$0\cdots\$

由于 \$t\$ 的末尾一定是 \$111\cdots 1\$□于是 \$t\$ 一定是奇数 , 于是 \$[t+1,R+1]\$ 长度为 \$R-t+1\$ 为奇数。

于是 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数第 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时满足,即 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时满足,即 S[I,R+1]\$ 第 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时为 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时为 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时为 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时为 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时为 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时满足,即 S[I,R+1]\$ 中有奇数个数不能同时, S[I,R+1]\$ 中有奇数不能同时, S[I,R+1]\$ 中的, S[I,R+1]

对 \$F(I,R+2)\$□有 \$F(I,R+2)=F(I,R)\oplus 1\le R+1\$□

综上□\$R\$ 为奇数时,答案不超过 \$R\$□同时 \$F(R,R)\$ 取到上界。

\$R\$ 为偶数时,区间 \$[L,R]\$ 的答案一定不超过 \$[L,R+1]\$ 的答案。

由于 R+1\$ 是奇数,所以L,R+1\$ 答案为 R+1\$ 于是 R+1\$ 是 L,R\$ 的答案上界,同时 R,R\$ 取到上界。

```
const int MAXN=1e6+5;
int n;
char L[MAXN],R[MAXN];
void add(char *s){
    int pos=n-1;
    while(s[pos]=='1')s[pos]='0',pos--;
    s[pos]='1';
int main()
    n=read int();
    scanf("%s%s", L, R);
    if(L[0]!=R[0]){
        _for(i,0,n)
        putchar('1');
    else if(strcmp(L,R)==0||R[n-1]=='1')
    puts(R);
    else{
        add(L);
        if(strcmp(L,R)==0)
        puts(R);
        else{
            add(R);
            puts(R);
    }
    return 0;
```

```
From: https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:cf_705_div._2&rev=1615086912

Last update: 2021/03/07 11:15
```

https://wiki.cvbbacm.com/ Printed on 2025/10/30 14:49