

Codeforces Round #706 (Div. 1)

[比赛链接](#)

C. Garden of the Sun

题意

给定一些黑格和一些白格，要求将一些白格转化为黑格，使得所有黑格连通但不出现环路。

题目保证以起始时以每个黑格为中心的 3×3 范围内没有其他黑格。

题解

当 $n \equiv 1 \pmod 3$ 时，考虑将第 $1, 4, 7, \dots$ 行染成黑色，然后对第 $3k+2, 3k+3$ 行的每列，最多只有一个黑格。

如果第 $3k+2, 3k+3$ 行间存在黑格，直接将两行的任意一个黑格所在列全染黑，否则将两行的第一列染黑。易知这样即可完成构造。

当 $n \not\equiv 1 \pmod 3$ 时，将 $1, 4, 7, \dots$ 行换成第 $2, 5, 8, \dots$ 行处理即可。

```
const int MAXN=505;
char buf[MAXN][MAXN];
int main()
{
    int T=read_int();
    while(T--){
        int n=read_int(),m=read_int();
        _for(i,0,n)scanf("%s",buf[i]);
        int s1,s2;
        if(n%3==1){
            s1=0;
            s2=2;
        }
        else{
            s1=1;
            s2=3;
        }
        for(int i=s1;i<n;i+=3)_for(j,0,m)buf[i][j]='X';
        for(int i=s2;i<n;i+=3){
            bool flag=false;
            _for(j,0,m){
                if(buf[i-1][j]=='X' || buf[i][j]=='X'){
                    buf[i-1][j]=buf[i][j]='X';
                    flag=true;
                }
            }
        }
    }
}
```

```
        break;
    }
}
if(!flag)
    buf[i-1][0]=buf[i][0]='X';
}
_for(i,0,n)puts(buf[i]);
}
return 0;
}
```

D. BFS Trees

题意

给定一个连通图，定义以点 x 为根的 BFS 树是生成树且树上所有点到 x 的距离等于连通图该点到 x 的距离。

定义 $f(x,y)$ 表示既满足是以点 x 为根的 BFS 树同时也是以点 y 为根的 BFS 树的生成树的个数。

题解

首先给出结论：假定 x,y 之间有超过一条最短路径，则 $f(x,y)=0$

因为对于 x,y 之间最短路上的点 u 必有 $\text{dis}(x,u)+\text{dis}(u,y)=\text{dis}(x,y)$ 易知树上满足该条件的点仅 $\text{dis}(x,y)+1$ 个。

假如 x,y 之间有超过一条最短路径，则图中满足 $\text{dis}(x,u)+\text{dis}(u,y)=\text{dis}(x,y)$ 的点必然超过 $\text{dis}(x,y)+1$ 个，矛盾。

接下来仅考虑 x,y 之间仅有一条最短路的情况，首先易知生成树一定包含 x,y 之间的最短路。

接下来对除最短路外原图中的每条边 $u \rightarrow v$ 假如保留该边，则必有 $\text{dis}(x,u)=\text{dis}(x,v) \pm 1, \text{dis}(y,u)=\text{dis}(y,v) \pm 1$

假如 $\text{dis}(x,u)+\text{dis}(u,y)=\text{dis}(x,v)+\text{dis}(v,y)$ 则 u,v 必然在 $x \rightarrow y$ 的路径上，矛盾。

于是为每个不在最短路上的结点指定一个父结点即可，答案即为所有点的所有可选父结点的个数的乘积。

设当前结点为 u 父结点为 v 则父结点应该满足 $\text{dis}(x,u)=\text{dis}(x,v)+1$ 且 $\text{dis}(y,u)=\text{dis}(y,v)+1$

于是可以 $O(m)$ 计算出每个 $f(x,y)$ 总时间复杂度 $O(n^2m)$

```
const int MAXN=405,MAXM=605,Mod=998244353;
```

```

struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXM<<1];
int head[MAXN],edge_cnt,dis[MAXN][MAXN];
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int();
    mem(dis,127/3);
    _rep(i,1,n)dis[i][i]=0;
    _for(i,0,m){
        int u=read_int(),v=read_int();
        dis[u][v]=dis[v][u]=1;
        Insert(u,v);Insert(v,u);
    }
    _rep(k,1,n)_rep(i,1,n)_rep(j,1,n)
    dis[i][j]=min(dis[i][j],dis[i][k]+dis[k][j]);
    _rep(x,1,n){
        _rep(y,1,n){
            int ans=1,cnt=0;
            _rep(u,1,n){
                if(dis[x][u]+dis[u][y]==dis[x][y])cnt++;
                else{
                    int cnt2=0;
                    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
                        int v=edge[i].to;
                        if(dis[x][u]==dis[x][v]+1&&dis[y][u]==dis[y][v]+1)
                            cnt2++;
                    }
                    ans=1LL*ans*cnt2%Mod;
                }
            }
            space(cnt==dis[x][y]+1?ans:0);
        }
        puts("");
    }
    return 0;
}

```

E. Qingshan and Daniel

题意

给定一个圈，圈上有两个队伍的人，每个人有 a_i 张卡。

从第一个人开始弃一张卡，然后顺时针找到下一个不同队伍的且手牌不为零的人，继续弃卡，直到有一个

队伍没发弃卡为止。

问游戏结束时每个人手上的卡。

题解

不难发现当两个队伍卡牌总数相同时第一个人所在队伍败北，否则卡片总数少的队伍败北。

另外对于败北的队伍，显然每个人的卡牌数量为 0 。

接下来考虑获胜队伍的每个人的卡牌数量，首先如果第一个人所在获胜队伍，则他先弃一张卡，轮到失败队伍。

接下来仅考虑失败队伍先开始弃卡的情况。

不难发现失败队伍的每个人弃牌的顺序不影响最终结果，于是将每个人弃的卡转移到下一个人处理即可。

考虑到一次遍历圆环可能会仍有剩余卡牌，于是二重遍历圆环，时间复杂度 $O(n)^2$

```
const int MAXN=5e6+5,Mod=1e9+7;
int seed,base;
int rnd(){
    int ret=seed;
    seed=(1LL*seed*base+233)%Mod;
    return ret;
}
int a[MAXN],b[MAXN],t[MAXN];
LL s[2];
int main()
{
    int n=read_int(),m=read_int(),pos=0;
    _for(i,0,m){
        int p=read_int(),k=read_int();
        seed=read_int();
        base=read_int();
        while(pos<p){
            t[pos]=rnd()%2;
            a[pos]=b[pos]=rnd()%k+1;
            pos++;
        }
    }
    _for(i,0,n)
    s[t[i]]+=a[i];
    int flag=(s[0]^s[1])?(s[0]<s[1]):(!t[0]);
    if(t[0]==flag)
    b[0]--;
    LL pre=0;
    _for(j,0,2){
        _for(i,0,n){
            if(t[i]!=flag){
```

```

        pre+=b[i];
        b[i]=0;
    }
    else{
        int temp=b[i]<pre?b[i]:pre;
        b[i]-=temp;
        pre-=temp;
    }
}
}
int ans=1;
_for(i,0,n)
ans=1LL*ans*(((a[i]-b[i])^(1LL*(i+1)*(i+1)))%Mod+1)%Mod;
enter(ans);
return 0;
}

```

F. Squares

题意

给定一个长度为 n 的序列，每个元素有属性 p_i, a_i, b_i 其中 p_i 为 $1 \sim n$ 的排列。

每轮起点为第一个元素，假设当前位于位置 i 则可以花费 a_i 到达 $i+1$ 或花费 b_i 到达 i 右边第一个 $p_j > j$ 的位置。

当 $i+1 > n$ 时花费 a_i 可以到达终点，当 j 不存在时花费 b_i 也可以到达终点。

给定一个集合 S 初始时空。

每轮为集合加入或删除一个元素，问在遍历集合中所有元素的前提下到达终点的最小花费。

题解

令 $p_0 = n+1$ 将每个点向左边第一个 $p_j > j$ 的元素连一条边，不难发现可以得到一棵树，其中 0 为根节点。

接下来对原图，设每个点连出一条费用为 a_i 的边和费用为 b_i 的边指向对应顶点，同时 $a_0 = 0$ 于是原题转化为求从起点到终点的最短路径。

若当前处于结点 i 如果走 a_i 边则接下来一定会遍历 i 在树上的所有儿子结点，如果走 b_i 边则将跳过 i 所在的子树的所有结点。

设最短路中所有 a_i 边的起点构成的集合为 T 此时总费用为

$$\sum_{i \in T} a_i + \sum_{i \notin T, f(i) \in T} b_i$$

设 $c_i = a_i - b_i + \sum_{j \in \text{child}(i)} b_j$ 则上式化简为 $\sum_{i \in T} c_i$

设 $\text{dp}(i)$ 表示在结点 i 走 a 边，离开 i 的整个子树的总费用。

设 $\text{dp}(i)$ 表示 i 在 T 时 T 集合中 i 的子树结点的 c_i 和的最小值，则有状态转移方程

$$\text{dp}(i) = c_i + \sum_{j \in \text{child}(i)} \min(\text{dp}(j), 0)$$

对每个 S 或 T 中的元素 u 该元素的父结点 p 一定属于 T 否则不可能进入 p 的子树即不可能到达 u

于是 T 一定是连通集且 S 的父结点一定属于 T 设 H 集合为满足该限制的最小集合，于是最小费用为

$$\sum_{i \in H} (c_i + \sum_{j \notin H, j \in \text{child}(i)} \min(\text{dp}(j), 0)) = \sum_{i \in H} (\text{dp}(i) - \sum_{j \in H, j \in \text{child}(i)} \min(\text{dp}(j), 0)) = \text{dp}(0) + \sum_{i \in H} (\text{dp}(i) - \min(\text{dp}(i), 0))$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in T} c_i &= \sum_{i \in H} \left(c_i + \sum_{j \notin H, j \in \text{child}(i)} \min(\text{dp}(j), 0) \right) \\ &= \sum_{i \in H} \left(\text{dp}(i) - \sum_{j \in H, j \in \text{child}(i)} \min(\text{dp}(j), 0) \right) \\ &= \text{dp}(0) + \sum_{i \in H} (\text{dp}(i) - \min(\text{dp}(i), 0)) \end{aligned}$$

接下来考虑如何维护 H 集合即可，将点权转移为到父结点的边权，发现可以类似虚树 dp 的方式维护最小连通集合。

另外由于本题建图的特殊性，导致 dfs 序可以等于结点编号。

时间复杂度 $O(n \log n)$

```
typedef set<int>::iterator iter;
const int MAXN=2e5+5;
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXN];
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int st[MAXN],tp,p[MAXN],a[MAXN],b[MAXN],cnt[MAXN];
LL c[MAXN],dp[MAXN];
bool vis[MAXN];
namespace LCA{
    int d[MAXN],sz[MAXN],f[MAXN];
    int h_son[MAXN],mson[MAXN],p[MAXN];
    LL dis[MAXN];
    void dfs_1(int u,int fa,int depth){
        sz[u]=1;f[u]=fa;d[u]=depth;mson[u]=0;
        dp[u]=c[u];
        for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
            int v=edge[i].to;
```

```

        dfs_1(v,u,depth+1);
        dp[u]+=min(dp[v],0LL);
        sz[u]+=sz[v];
        if(sz[v]>mson[u])
            h_son[u]=v,mson[u]=sz[v];
    }
}
void dfs_2(int u,int top){
    p[u]=top;
    if(mson[u])dfs_2(h_son[u],top);
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(v==h_son[u])
            continue;
        dfs_2(v,v);
    }
}
void dfs_3(int u){
    dis[u]+=max(dp[u],0LL);
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        dis[v]+=dis[u];
        dfs_3(v);
    }
}
void init(int root){
    dfs_1(root,-1,0);
    dfs_2(root,root);
    for(int i=head[root];i;i=edge[i].next)
        dfs_3(edge[i].to);
}
int query_lca(int u,int v){
    while(p[u]!=p[v]){
        if(d[p[u]]<d[p[v]])swap(u,v);
        u=f[p[u]];
    }
    return d[u]<d[v]?u:v;
}
LL query_dis(int u,int v){
    return dis[u]+dis[v]-dis[query_lca(u,v)]*2;
}
};
int main()
{
    int n=read_int(),q=read_int();
    _rep(i,1,n)p[i]=read_int();
    _rep(i,1,n)a[i]=read_int();
    _rep(i,1,n)b[i]=read_int();
    p[0]=n+1;
    _rep(i,1,n){
        while(p[st[tp]]<p[i])tp--;
    }
}

```

```
    Insert(st[tp],i);
    st[++tp]=i;
}
_rep(u,0,n){
    c[u]=a[u]-b[u];
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        c[u]+=b[v];
    }
}
LCA::init(0);
set<int> s;
s.insert(0);
cnt[0]++;
LL ans=0;
while(q--){
    int u=read_int(),p=LCA::f[u];
    if(!vis[u]){
        cnt[p]++;
        if(cnt[p]==1){
            iter rig=s.upper_bound(p);
            iter lef=--rig;
            rig++;
            rig=(rig==s.end())?s.begin():rig;
            ans+=LCA::query_dis(p,*rig);
            ans-=LCA::query_dis(*lef,*rig);
            ans+=LCA::query_dis(*lef,p);
            s.insert(p);
        }
    }
    else{
        cnt[p]--;
        if(cnt[p]==0){
            iter rig=s.find(p);
            iter lef=--rig;
            rig++;rig++;
            rig=(rig==s.end())?s.begin():rig;
            ans-=LCA::query_dis(p,*rig);
            ans+=LCA::query_dis(*lef,*rig);
            ans-=LCA::query_dis(*lef,p);
            s.erase(p);
        }
    }
    vis[u]=!vis[u];
    enter(dp[0]+ans/2);
}
return 0;
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - **CVBB ACM Team**

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:cf_706_div_1&rev=1616983719 

Last update: **2021/03/29 10:08**