

Codeforces Round #729 (Div. 2)

[比赛链接](#)

E. Abnormal Permutation Pairs

题意

问有多少对 $1 \leq n$ 的排列 (p, q) 满足 p 字典序小于 q 逆序对个数大于 q 结果需要取模但不保证模是素数。

题解

考虑枚举 x 使得 $p[1 \sim x] = q[1 \sim x], p[x+1] \neq q[x+1]$

记 $\text{inv}(p)$ 表示 p 中的逆序对。于是此时等价于询问有多少对 $1 \leq n-x$ 的排列 (p, q) 满足 $p[1] \neq q[1], \text{inv}(p) > \text{inv}(q)$

然后枚举 $y = q[1] - p[1]$ 于是问题转化为有多少对 $1 \leq n-x-1$ 的排列 (p, q) 满足 $\text{inv}(p) > \text{inv}(q) + y$

设 p_i 表示元素 i 在 p 中的逆序数，于是有 $0 \leq p_i \leq i-1$ 问题转化为 $\sum p_i > \sum q_i + y$

设 $f(i, j)$ 表示 $\sum_{k=1}^{i+1} p_k - q_k = j$ 的方案数，枚举 $t = p_k - q_k$ 于是又有

$$f(i-1, j) \rightarrow (i+1-t)f(i, j+t) \quad (-i \leq t \leq i)$$

发现可以二维差分维护，于是状态转移复杂度 $O(1)$ 时间复杂度 $O(n^3)$

最后答案为

$$\sum_{i=0}^{n-2} A_n \cdot \sum_{j=1}^{n-i-1} (n-i-j) \sum_{k \geq j} f(n-i-2, k)$$

```
const int MAXN=505, MAXV=MAXN*MAXN/2, MAXT=MAXV+1e3;
int p[MAXN][MAXV<<1|1], frac[MAXN];
LL temp[MAXT<<1|1], temp2[MAXT<<1|1];
int main()
{
    int n=read_int(), mod=read_int();
    p[0][MAXV]=1;
    frac[0]=1;
    _rep(i, 1, n){
        frac[i]=1LL*frac[i-1]*(n-i+1)%mod;
        mem(temp, 0);
        _rep(j, -MAXV, MAXV){
```

```
temp[j-i+MAXT]=temp[j-i+MAXT]+p[i-1][j+MAXV];
temp[j+1+MAXT]=temp[j+1+MAXT]-(p[i-1][j+MAXV]<<1)+(mod<<1);
temp[j+i+2+MAXT]=temp[j+i+2+MAXT]+p[i-1][j+MAXV];
}
_rep(j,1,MAXT<<1){
    temp[j]=(temp[j-1]+temp[j])%mod;
    temp2[j]=temp[j]+temp2[j-1];
}
_rep(j,-MAXV,MAXV)
p[i][j+MAXV]=temp2[j+MAXT]%mod;
}
_rep(i,0,n){
    for(int j=2*MAXV;j>MAXV;j-- )
        p[i][j-1]=(p[i][j]+p[i][j-1])%mod;
}
int ans=0;
_for(i,0,n-1){
    _for(j,1,n-i)
        ans=(ans+1LL*frac[i]*(n-i-j)%mod*p[n-i-2][j+1+MAXV])%mod;
}
enter(ans);
return 0;
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:cf_729_div_2

Last update: 2021/07/09 20:46