

Educational Codeforces Round 104

[比赛链接](#)

F. Ones

题意

给定 $1 \leq n \leq 10^{50}$ 要求用若干个形如 $11 \dots 11$ 的数以及加减号表示 n 求表达式中字符 1 的个数的最小值。

题解 1

设 $\text{dp}(p, i, j, k)$ 表示最低 p 位与 n 相同，第 $p+1$ 位的进位为 i (允许是负数)。

表达式中有 j 个长度不小于 p 的 $11 \dots 11$ 和 k 个长度不小于 p 的 $-11 \dots 11$ 的方案中仅统计所有数最低 i 位的 1 的个数的最小值。

记 n 的第 p 位为 d 当 $i+j-k \equiv d \pmod{10}$ 时，有

$$\text{dp}(p, \lfloor \frac{i+j-k}{10} \rfloor, j, k) \leq \min_{x \geq j, y \geq k} \text{dp}(p-1, i, x, y) + j + k$$

考虑二维前缀极值维护 $\min_{x \geq j, y \geq k} \text{dp}(p-1, i, x, y)$ 于是可以 $O(1)$ 完成递推。

现在考虑状态数，首先 $j, k \leq 5 \ast \text{len}(n)$ 因为可以用不超过 5 个 $11 \dots 11$ 和不超过 5 个 $-11 \dots 11$ 表示出 n 的任意一位。

另外设 i 上界为 T 于是 $\frac{i+j-k}{10} \leq \max\left(\left|\frac{i+j}{10}\right|, \left|\frac{i-k}{10}\right|\right) \leq \frac{T+5n}{10} \leq T$ 故 $T \leq \frac{5n}{9}$

于是总状态数为 $O(n^4)$ 滚动数组滚掉一维，时间复杂度 $O(n^4)$ 空间复杂度 $O(n^3)$

注意需要给 n 补上一个前导 0 ，否则最高位无法借位，会遗漏形如 $9=11-1-1$ 的情况。

```
const int MAXN=55,MAXV=30,MAXC=255,Inf=1e9;
int a[MAXN],dp[2][MAXV<<1|1][MAXC][MAXC];
char s[MAXN];
int main()
{
    scanf("%s",s);
    int n=strlen(s),pos=0;
    _for(i,0,n)a[i]=s[n-i-1]-'0';
    a[n++]=0;
    _for(i,0,MAXV<<1|1)_for(j,0,MAXC)_for(k,0,MAXC)dp[pos][i][j][k]=Inf;
    dp[pos][MAXV][MAXC-1][MAXC-1]=0;
    _for(p,0,n){
```

```
    pos=!pos;
    _for(i,0,MAXV<<1|1)_for(j,0,MAXC)_for(k,0,MAXC)dp[pos][i][j][k]=Inf;
        _for(i,0,MAXV<<1|1)for(int j=MAXC-1;j>=0;j--)for(int
k=MAXC-1;k>=0;k--){
            if(dp[!pos][i][j][k]==Inf)continue;
if(j)dp[!pos][i][j-1][k]=min(dp[!pos][i][j-1][k],dp[!pos][i][j][k]);
if(k)dp[!pos][i][j][k-1]=min(dp[!pos][i][j][k-1],dp[!pos][i][j][k]);
            int i2=i-MAXV;
            if((i2+j-k-a[p])%10==0){
                int next_i=(i2+j-k-a[p])/10+MAXV;
dp[pos][next_i][j][k]=min(dp[pos][next_i][j][k],dp[!pos][i][j][k]+j+k);
            }
        }
    }
    int ans=Inf;
    _for(i,0,MAXC)_for(j,0,MAXC)ans=min(ans,dp[pos][MAXV][i][j]);
    enter(ans);
    return 0;
}
```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:contest:edu_104&rev=1613560734 

Last update: 2021/02/17 19:18