

# 结论

## 1、树上最远距离

树上到每个点距离最远的距离一定为树上一条直径的两个端点之一。

分别从两个端点开始  $\text{dfs}$  即可  $O(n)$  求取每个点的树上最远点。

证明见 [链接](#)

或者可以考虑树形  $\text{dp}$  第一次  $\text{dfs}$  维护每个节点子树方向上的最远距离和次远距离。

第二次  $\text{dfs}$  维护每个节点祖先方向上的最远距离，答案即为子树方向上的最远距离和祖先方向上的最远距离的较大者。

```
int dp[MAXN][3],hson[MAXN],dis[MAXN];
void dfs1(int u,int fa){
    dp[u][0]=dp[u][1]=dp[u][2];
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(v==fa)continue;
        dfs1(v,u);
        if(dp[v][0]+edge[i].w>dp[u][0]){
            hson[u]=v;
            dp[u][1]=dp[u][0];
            dp[u][0]=dp[v][0]+edge[i].w;
        }
        else if(dp[v][0]+edge[i].w>dp[u][1])
            dp[u][1]=dp[v][0]+edge[i].w;
    }
}
void dfs2(int u,int fa){
    dis[u]=max(dp[u][0],dp[u][2]);
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(v==fa)continue;
        if(v==hson[u])
            dp[v][2]=edge[i].w+max(dp[u][1],dp[u][2]);
        else
            dp[v][2]=edge[i].w+max(dp[u][0],dp[u][2]);
        dfs2(v,u);
    }
}
```

## 2、树的遍历代价

给定一棵树，树上有一些关键点，问任意从树上选一点出发，遍历所有关键点后回到起点的最短路径长度

为多少。

建立虚树。先考虑虚树上的叶子结点  $v$  必为关键节点，设  $u = fa(v)$

发现不管  $v$  是否为起点，都需要遍历  $edge(u, v)$  两次(出发与返回)。

而要达到  $v$  必须达到  $u$  于是考虑把  $v$  删去，把  $u$  作为关键节点，答案加上  $2 \times edge(u, v)$  继续重复上述过程。

最终发现答案为虚树上边权和的两倍。

设关键点按原树上的  $\text{dfs}$  序排序后为  $u_1, u_2, u_3 \dots u_k$

通过画图观察发现虚树上边权和的两倍恰好等于

$\text{dis}(u_1, u_2) + \text{dis}(u_2, u_3) + \dots + \text{dis}(u_{k-1}, u_k) + \text{dis}(u_k, u_1)$

而加入一个点  $v$  作为新关键点时只需要查询  $\text{dfs}$  序与  $v$  相邻的两个点，记为  $u_i, u_{i+1}$

则答案增量为  $\text{dis}(u_i, v) + \text{dis}(v, u_{i+1}) - \text{dis}(u_i, u_{i+1})$

删除一个关键点操作类似。

### 3、连通性

无向图的点双连通分量可以通过给所有边定向转化为强连通分量。

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:jxm2001:other:%E7%BB%93%E8%AE%BA\\_1&rev=1596197990](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:other:%E7%BB%93%E8%AE%BA_1&rev=1596197990)

Last update: 2020/07/31 20:19