错题集 5

1□Furukawa Nagisa's Tree

链接

题意

给定一个点权树，点 i 点权为 a_i□

树上有向路径 $s\to t$ 被认为是好的当且仅当 $a_s+a_{v_1}x^1+a_{v_2}x^2+\cdots a_tx^k\equiv y(\bmod p)$□其中 $v_1,v_2\cdots$ 为 $s\to t$ 依次经过的点。

三元组 (u,v,w) 被认为是好的当且仅当 $u\to v,u\to w,v\to w$ 三条路径都是好的或都是坏的。(不要求 u,v,w 互异)

问有多少个好的三元组。

题解

构建图 G□如果树上有向路径 $u\to v$ 是好的，则 $u\to v$ 连一条黑边，否则 $u\to v$ 连一条白边。

于是图 G 是完全图，所以坏的三元组个数为异色角个数除以 2。

假设点 i 黑边入度为 in_1□黑边出度为 out_1□白边入度为 in_0□白边出度为 out_0□

考虑点 i 在三元组 (u,v,w) 中不同位置的异色角贡献。

当 i 作为点 u 时，假设 $u\to v_1$ 是白边□$u\to v_2$ 是黑边□$(u,v_1,v_2),(u,v_2,v_1)$ 是不同的坏的三元组。

于是 i 的异色角贡献为 $2\times \text{out}_0\text{out}_1$□类似的，当 i 作为点 w 时，i 的异色角贡献为 $2\times \text{in}_0\text{in}_1$□

当 i 作为点 v 时，易知 i 的贡献为 $\text{out}_0\text{in}_1+\text{in}_0\text{out}_1$□

于是点 i 的异色角总贡献为 $2\times \text{out}_0\text{out}_1+2\times \text{in}_0\text{in}_1+\text{out}_0\text{in}_1+\text{in}_0\text{out}_1$□

接下来问题转化为怎么计算 $\text{in}_1,\text{out}_1,\text{in}_0,\text{out}_0$□不妨只计算 in_1,out_1□然后有 $\text{in}_0=n-\text{in}_1,\text{out}_0=n-\text{out}_1$□

考虑点分治，设当前重心为 rt□于是对点对 (s,t)□需要判定 $a_s+a_{v_1}x^1+a_{v_2}x^2+\cdots a_tx^k\equiv y(\bmod p)$□

移项，得 $a_{v_k'}x^{k'}+\cdots +a_tx^k\equiv y-(a_s+a_{v_1}x^1+a_{v_2}x^2+\cdots a_{\text{rt}}x^{k'-1})(\bmod p)$