

错题集 5

1 Furukawa Nagisa's Tree

[链接](#)

题意

给定一个点权树，点 s 点权为 a_s

树上有向路径 $s \rightarrow t$ 被认为是好的当且仅当 $a_s + a_{v_1}x^1 + a_{v_2}x^2 + \dots + a_{t_k}x^k \equiv y \pmod{p}$ 其中 v_1, v_2, \dots 为 $s \rightarrow t$ 依次经过的点。

三元组 (u, v, w) 被认为是好的当且仅当 $u \rightarrow v, u \rightarrow w, v \rightarrow w$ 三条路径都是好的或都是坏的。（不要求 u, v, w 互异）

问有多少个好的三元组。

题解

构建图 G 如果树上有向路径 $u \rightarrow v$ 是好的，则 $u \rightarrow v$ 连一条黑边，否则 $u \rightarrow v$ 连一条白边。

于是图 G 是完全图，所以坏的三元组个数为异色角个数除以 2 。

假设点 s 黑边入度为 in_1 黑边出度为 out_1 白边入度为 in_0 白边出度为 out_0

考虑点 s 在三元组 (u, v, w) 中不同位置的异色角贡献。

当 s 作为点 u 时，假设 $u \rightarrow v_1$ 是白边 $u \rightarrow v_2$ 是黑边 $(u, v_1, v_2), (u, v_2, v_1)$ 是不同的坏的三元组。

于是 s 的异色角贡献为 $2 \times \text{out}_0 \times \text{out}_1$ 类似的，当 s 作为点 w 时， s 的异色角贡献为 $2 \times \text{in}_0 \times \text{in}_1$

当 s 作为点 v 时，易知 s 的贡献为 $\text{out}_0 \times \text{in}_1 + \text{in}_0 \times \text{out}_1$

于是点 s 的异色角总贡献为 $2 \times \text{out}_0 \times \text{out}_1 + 2 \times \text{in}_0 \times \text{in}_1 + \text{out}_0 \times \text{in}_1 + \text{in}_0 \times \text{out}_1$

接下来问题转化为怎么计算 $\text{in}_1, \text{out}_1, \text{in}_0, \text{out}_0$ 不妨只计算 $\text{in}_1, \text{out}_1$ 然后有 $\text{in}_0 = n - \text{in}_1, \text{out}_0 = n - \text{out}_1$

考虑点分治，设当前重心为 rt 于是对点对 (s, t) 需要判定 $a_s + a_{v_1}x^1 + a_{v_2}x^2 + \dots + a_{t_k}x^k \equiv y \pmod{p}$

移项，得 $a_{v_{k'+1}}x^{k'+1} + \dots + a_{t_k}x^k \equiv y - (a_s + a_{v_1}x^1 + a_{v_2}x^2 + \dots + a_{v_{k'}}x^{k'}) \pmod{p}$

设 $s = a_s + a_{v_1}x^1 + a_{v_2}x^2 + \dots + a_{v_k}x^k$, $s = a_{rt} + a_{v_1}x^1 + \dots + a_{v_k}x^k$ 于是上式化简为

$$s - a_{rt} \equiv (y - s)x^{-k} \pmod{p}$$

于是过程中维护 $s, s - a_{rt}$ 同时记录 $s - a_{rt}$ 和 $(y - s)x^{-k}$ 最后双指针统计答案。

另外关于两个结点都在同一个子树的情况，直接容斥即可。总时间复杂度为 $O(n \log^2 n)$

```
const int MAXN=1e5+5;
int x,px[MAXN],invx[MAXN],y,Mod;
int quick_pow(int a,int k){
    int ans=1;
    while(k){
        if(k&1)ans=1LL*ans*a%Mod;
        a=1LL*a*a%Mod;
        k>>=1;
    }
    return ans;
}
struct Edge{
    int to,next;
}edge[MAXN<<1];
int head[MAXN],edge_cnt;
void Insert(int u,int v){
    edge[++edge_cnt]=Edge{v,head[u]};
    head[u]=edge_cnt;
}
int val[MAXN],in0[MAXN],in1[MAXN],out0[MAXN],out1[MAXN];
int sz[MAXN],mson[MAXN],tot_sz,root,root_sz;
bool vis[MAXN];
void find_root(int u,int fa){
    sz[u]=1;mson[u]=0;
    for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
        int v=edge[i].to;
        if(vis[v]||v==fa)
            continue;
        find_root(v,u);
        sz[u]+=sz[v];
        mson[u]=max(mson[u],sz[v]);
    }
    mson[u]=max(mson[u],tot_sz-sz[u]);
    if(mson[u]<root_sz){
        root=u;
        root_sz=mson[u];
    }
}
vector<pair<int,int>>vec1,vec2;
void update(int u,int dep,int &pre,int &suf){
```

```

pre=(1LL*pre*x+val[u])%Mod;
suf=(suf+1LL*px[dep]*val[u])%Mod;
vec1.push_back(make_pair(1LL*(y-pre+Mod)*invx[dep]%Mod,u));
vec2.push_back(make_pair((suf-val[root]+Mod)%Mod,u));
}
void dfs(int u,int fa,int dep,int pre,int suf){
update(u,dep,pre,suf);
for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
int v=edge[i].to;
if(vis[v]||v==fa)continue;
dfs(v,u,dep+1,pre,suf);
}
}
void cal(int u,int sign,int dep,int pre,int suf){
vec1.clear();
vec2.clear();
update(u,dep,pre,suf);
for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
int v=edge[i].to;
if(vis[v])continue;
dfs(v,u,dep+1,pre,suf);
}
sort(vec1.begin(),vec1.end());
sort(vec2.begin(),vec2.end());
for(int pos1=0,pos2=0,cnt;pos1<vec1.size();pos1++){
if(pos1==0||vec1[pos1].first!=vec1[pos1-1].first)cnt=0;
while(pos2<vec2.size()&&vec2[pos2].first<vec1[pos1].first)pos2++;
while(pos2<vec2.size()&&vec2[pos2].first==vec1[pos1].first)pos2++,cnt++;
out1[vec1[pos1].second]+=cnt*sign;
}
for(int pos1=0,pos2=0,cnt;pos2<vec2.size();pos2++){
if(pos2==0||vec2[pos2].first!=vec2[pos2-1].first)cnt=0;
while(pos1<vec1.size()&&vec1[pos1].first<vec2[pos2].first)pos1++;
while(pos1<vec1.size()&&vec1[pos1].first==vec2[pos2].first)pos1++,cnt++;
in1[vec2[pos2].second]+=cnt*sign;
}
}
void query(int u){
cal(u,1,0,0,0);
for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
int v=edge[i].to;
if(vis[v])continue;
cal(v,-1,1,val[u],val[u]);
}
}
void solve(int u){
int cur_sz=tot_sz;
vis[u]=true;query(u);
for(int i=head[u];i;i=edge[i].next){
int v=edge[i].to;
if(vis[v])

```

```
        continue;
        tot_sz=sz[v]>sz[u]?cur_sz-sz[u]:sz[v];root_sz=MAXN;
        find_root(v,u);
        solve(root);
    }
}
int main()
{
    int n=read_int();
    Mod=read_int(),x=read_int(),y=read_int();
    _rep(i,1,n)val[i]=read_int();
    _for(i,1,n){
        int u=read_int(),v=read_int();
        Insert(u,v);
        Insert(v,u);
    }
    px[0]=1;
    _for(i,1,MAXN)px[i]=1LL*px[i-1]*x%Mod;
    invx[MAXN-1]=quick_pow(px[MAXN-1],Mod-2);
    for(int i=MAXN-1;i;i--)invx[i-1]=1LL*invx[i]*x%Mod;
    tot_sz=n,root_sz=MAXN;
    find_root(1,0);
    solve(root);
    LL ans=0;
    _rep(i,1,n){
        in0[i]=n-in1[i];
        out0[i]=n-out1[i];
        ans+=2LL*in0[i]*in1[i];
        ans+=2LL*out0[i]*out1[i];
        ans+=1LL*in0[i]*out1[i];
        ans+=1LL*in1[i]*out0[i];
    }
    enter(1LL*n*n*n-ans/2);
    return 0;
}
```

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:jxm2001:other:%E9%94%99%E9%A2%98%E9%9B%86_5&rev=1614768074

Last update: 2021/03/03 18:41