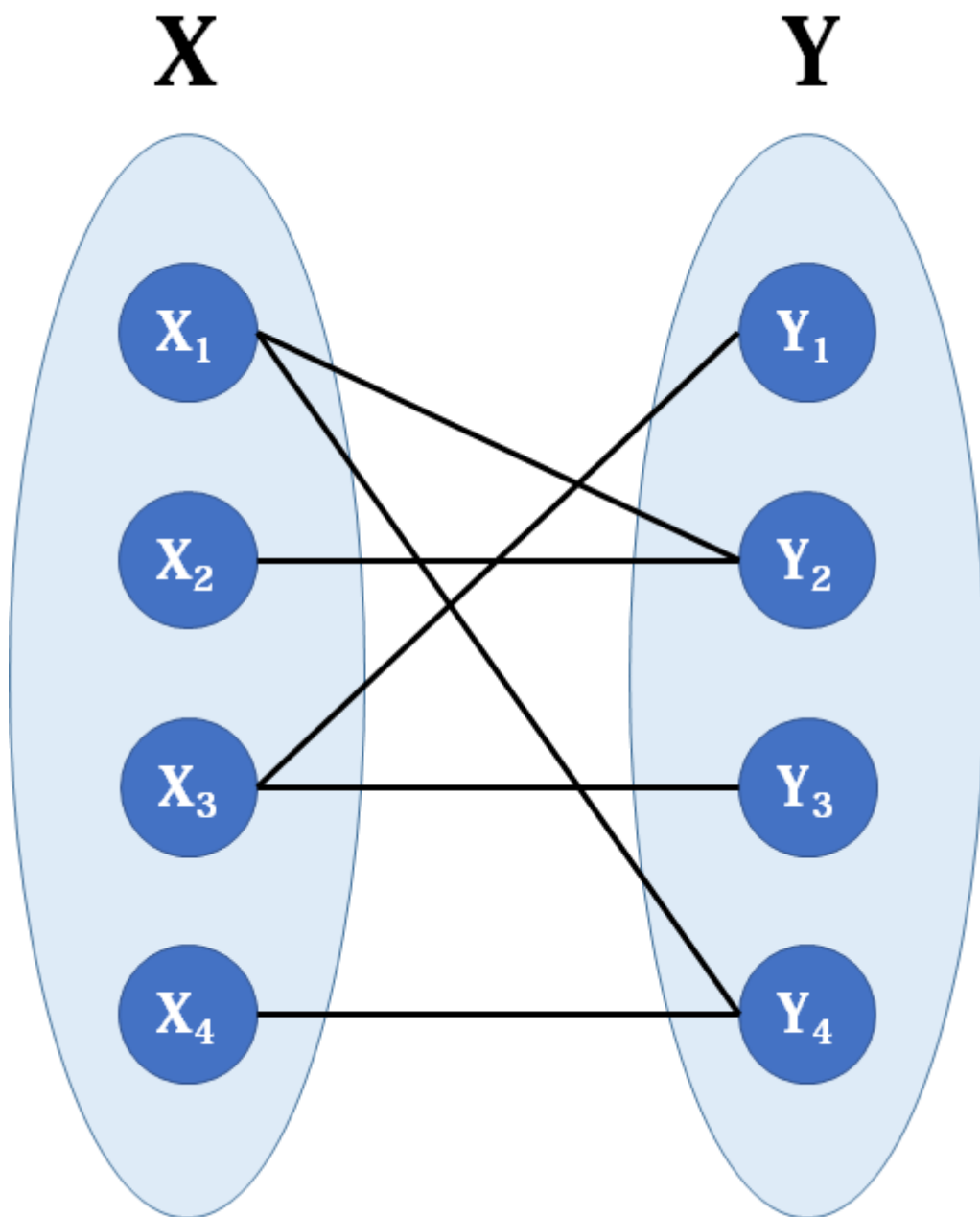


匈牙利算法

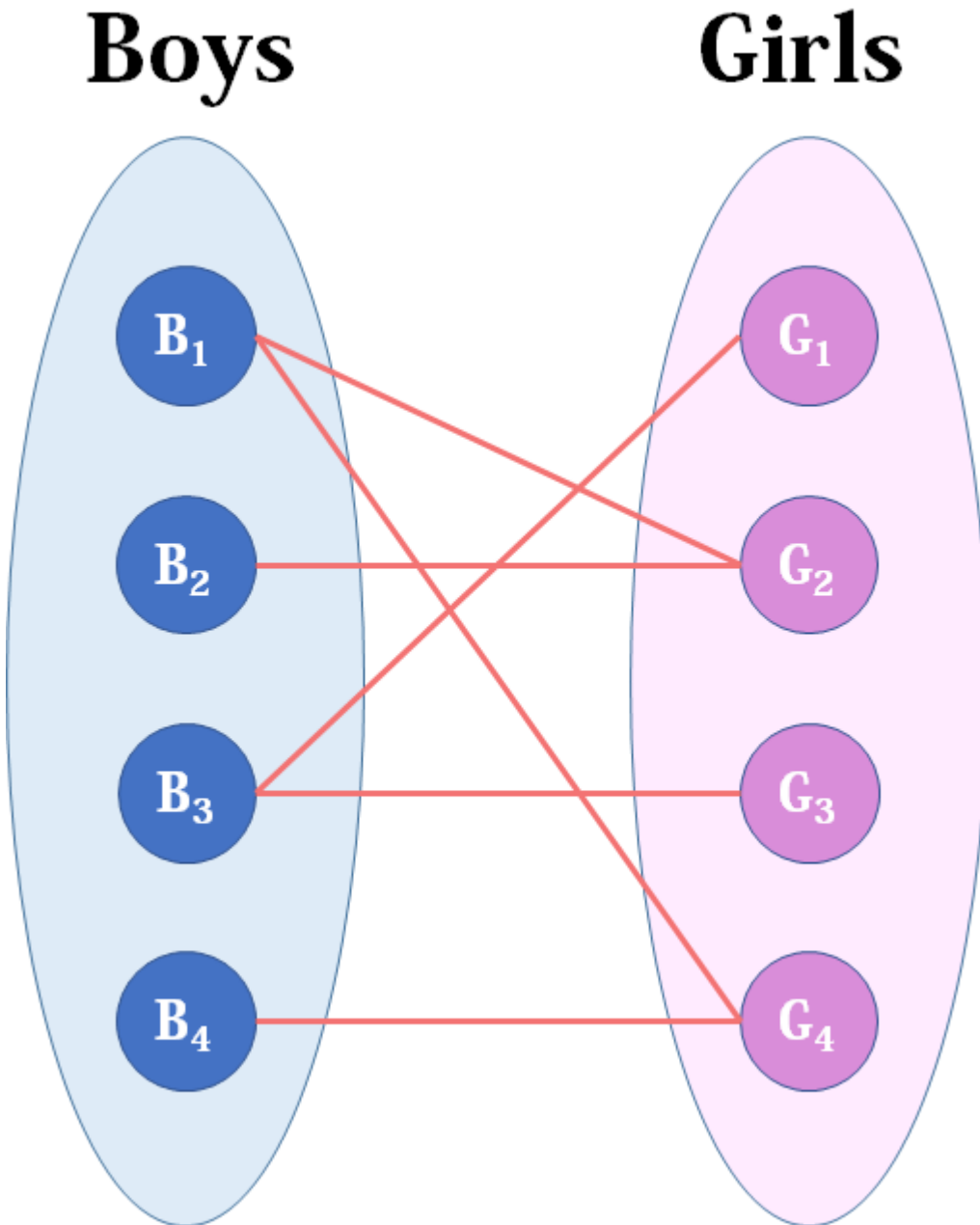
二分图

二分图(Bipartite graph) 是一类特殊的图，它可以被划分为两个部分，每个部分内的点互不相连。下图是典型的二分图。



可以看到，在上面的二分图中，每条边的端点都分别处于点集X和Y中。匈牙利算法主要用来解决两个问题：求二分图的最大匹配数和最小点覆盖数

最大匹配问题



最大匹配问题相当于，假如你是红娘，可以撮合任何一对有暧昧关系的男女，那么你最多能成全多少对情侣？（数学表述：在二分图中最多能找到多少条没有公共端点的边）

具体实现比较简单，直接看代码：

```
int M, N; //M, N分别表示左、右侧集合的元素数量
int Map[MAXM][MAXN]; //邻接矩阵存图
int p[MAXN]; //记录当前右侧元素所对应的左侧元素
bool vis[MAXN]; //记录右侧元素是否已被访问过
bool match(int i)
{
    for (int j = 1; j <= N; ++j)
        if (Map[i][j] && !vis[j]) //有边且未访问
        {
            vis[j] = true; //记录状态为访问过
            if (p[j] == 0 || match(p[j])) //如果暂无匹配，或者原来匹配的左侧元素可
```

```

以找到新的匹配
    {
        p[j] = i; //当前左侧元素成为当前右侧元素的新匹配
        return true; //返回匹配成功
    }
}
return false; //循环结束，仍未找到匹配，返回匹配失败
}
int Hungarian()
{
    int cnt = 0;
    for (int i = 1; i <= M; ++i)
    {
        memset(vis, 0, sizeof(vis)); //重置vis数组
        if (match(i))
            cnt++;
    }
    return cnt;
}

```

时间复杂度：

邻接矩阵最坏为 $O(n^3)$

邻接表 $O(mn)$

空间复杂度：

邻接矩阵 $O(n^2)$

邻接表 $O(n+m)$

最小点覆盖问题

另外一个关于二分图的问题是求最小点覆盖：我们想找到最少的一些点，使二分图所有的边都至少有一个端点在这些点之中。倒过来说就是，删除包含这些点的边，可以删掉所有边。

(**König定理**)

一个二分图中的最大匹配数等于这个图中的最小点覆盖数。

[证明](#)

例题

[P1129 \[ZJOI2007\]矩阵游戏](#)

[\[vijos1204\] CoVH之柯南开锁](#)


参考链接

算法学习笔记(5) : 匈牙利算法

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:lgwza:%E5%8C%88%E7%89%99%E5%88%A9%E7%AE%97%E6%B3%95&rev=1596808169 

Last update: **2020/08/07 21:49**