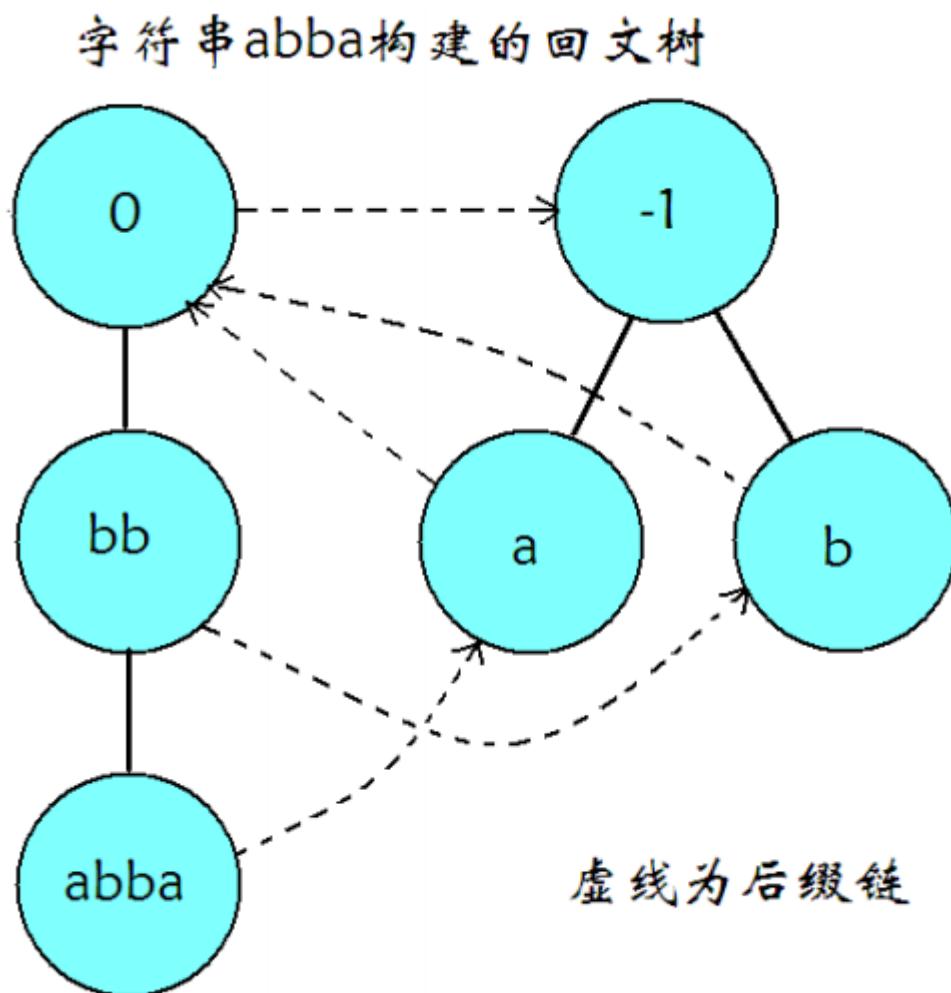


# 回文树

## 结构

回文树大概长这样：



## 功能

假设我们有一个串  $\$S\$ \square \$S\$$  下标从  $\$0\$$  开始，则回文树能做到如下几点：

1. 求串  $\$S\$$  前缀  $\$0 \sim i\$$  内本质不同回文串的个数（两个串长度不同或者长度相同且至少有一个字符不同便是本质不同）。
2. 求串  $\$S\$$  内每一个本质不同回文串出现的次数。
3. 求串  $\$S\$$  内回文串的个数（其实就是  $\$1\$$  和  $\$2\$$  结合起来）。
4. 求以下标  $i\$$  结尾的回文串的个数。

## 模板

```
const int MAXN = 100005 ;
const int N = 26 ;

struct Palindromic_Tree {
    //cnt最后count一下之后是那个节点代表的回文串出现的次数
    int next[MAXN][N]; //next指针和fail指针类似，指向的串为当前串两端加上同一个字符构成
    int fail[MAXN]; //fail指针，失配后跳转到fail指针指向的节点
    int cnt[MAXN]; //表示节点i表示的本质不同的串的个数（建树时求出的不是完全的，最后count()函数跑一遍以后才是正确的）
    int num[MAXN]; //表示以节点i表示的最长回文串的最右端点为回文串结尾的回文串个数
    int len[MAXN]; //len[i]表示节点i表示的回文串的长度（一个节点表示一个回文串）
    int S[MAXN]; //存放添加的字符
    int last; //指向新添加一个字母后所形成的最长回文串表示的节点。
    int n; //表示添加的字符个数。
    int p; //表示添加的节点个数。

    int newnode ( int l ) { //新建节点
        for ( int i = 0 ; i < N ; ++ i ) next[p][i] = 0 ;
        cnt[p] = 0 ;
        num[p] = 0 ;
        len[p] = l ;
        return p ++ ;
    }

    void init () { //初始化
        p = 0 ;
        newnode ( 0 ) ;
        newnode ( -1 ) ;
        last = 0 ;
        n = 0 ;
        S[n] = -1 ; //开头放一个字符集中没有的字符，减少特判
        fail[0] = 1 ;
    }

    int get_fail ( int x ) { //和KMP一样，失配后找一个尽量最长的
        while ( S[n - len[x] - 1] != S[n] ) x = fail[x] ;
        return x ;
    }

    void add ( int c ) {
        c -= 'a' ;
        S[++n] = c ;
        int cur = get_fail ( last ) ; //通过上一个回文串找这个回文串的匹配位置
        if ( !next[cur][c] ) { //如果这个回文串没有出现过，说明出现了一个新的本质不同的回文串
            int now = newnode ( len[cur] + 2 ) ; //新建节点
            next[now][c] = cur ;
            fail[now] = fail[cur] ;
            num[now] = num[cur] ;
            len[now] = len[cur] + 1 ;
            cnt[now] = cnt[cur] + 1 ;
            if ( len[now] == n ) last = now ;
        }
    }
}
```

```

        fail[now] = next[get_fail(fail[cur])][c]; //和AC自动机一样建立fail指针，以便失配后跳转
    next[cur][c] = now;
    num[now] = num[fail[now]] + 1;
}
last = next[cur][c];
cnt[last]++;
}

void count () {
    for (int i = p - 1; i >= 0; --i) cnt[fail[i]] += cnt[i];
    //父亲累加儿子的cnt[]因为如果fail[v]=u[]则u一定是v的子回文串！
}
}
}

```

## 例题

### P5496 【模板】回文自动机 (PAM)

题意：给定一个字符串 \$s\$，保证每个字符为小写字母。对于 \$s\$ 的每个位置，请求出以该位置结尾的回文串个数。

题解：理解好模板中的 \$last\$ 和 \$num[]\$ 的意义即可做。

评价：实现了功能 4

### 代码

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=5e5+5;
struct Palindromic_Tree{
    int nxt[N][26], fail[N], cnt[N], num[N], len[N], S[N], last, n, p;
    int newnode(int l){
        memset(nxt[p], 0, sizeof(nxt[p]));
        cnt[p]=num[p]=0;
        len[p]=l;
        return p++;
    }
    void init(){
        p=0;
        newnode(0);
        newnode(-1);
        last=0;
        n=0;
        S[n]=-1;
        fail[0]=1;
    }
    int get_fail(int x){

```

```
        while(S[n-len[x]-1]!=S[n]) x=fail[x];
        return x;
    }
void add(int c){
    c-='a';
    S[++n]=c;
    int cur=get_fail(last);
    if(!nxt[cur][c]){
        int now=newnode(len[cur]+2);
        fail[now]=nxt[get_fail(fail[cur])][c];
        nxt[cur][c]=now;
        num[now]=num[fail[now]]+1;
    }
    last=nxt[cur][c];
    cnt[last]++;
}
void count(){
    for(int i=p-1;i>=0;i--) cnt[fail[i]]+=cnt[i];
}
}P;
char s[N];
int main(){
    scanf("%s",s);
    int len=strlen(s);
    P.init();
    P.add(s[0]);
    int k=P.num[P.last];
    printf("%d",k);
    for(int i=1;i<len;i++){
        P.add((s[i]-97+k)%26+97);
        k=P.num[P.last];
        printf(" %d",k);
    }
    return 0;
}
```

## P3649 [APIO2014]回文串

题意：给你一个由小写拉丁字母组成的字符串 \$s\$。我们定义 \$s\$ 的一个子串的存在值为这个子串在 \$s\$ 中出现的次数乘以这个子串的长度。对于给你的这个字符串 \$s\$，求所有回文子串中的最大存在值。

题解：利用模板中的 \$len[]\$ 和 \$cnt[]\$ 即可。

评价：利用了功能 2。

代码

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
```

```
const int N=3e5+5;
struct Palindromic_Tree{
    int nxt[N][26],fail[N],cnt[N],num[N],len[N],S[N],last,n,p;
    int newnode(int l){
        memset(nxt[p],0,sizeof(nxt[p]));
        cnt[p]=num[p]=0;
        len[p]=l;
        return p++;
    }
    void init(){
        p=0;
        newnode(0);
        newnode(-1);
        last=0;
        n=0;
        S[n]=-1;
        fail[0]=1;
    }
    int get_fail(int x){
        while(S[n-len[x]-1]!=S[n]) x=fail[x];
        return x;
    }
    void add(int c){
        c-=‘a’;
        S[++n]=c;
        int cur=get_fail(last);
        if(!nxt[cur][c]){
            int now=newnode(len[cur]+2);
            fail[now]=nxt[get_fail(fail[cur])][c];
            nxt[cur][c]=now;
            num[now]=num[fail[now]]+1;
        }
        last=nxt[cur][c];
        cnt[last]++;
    }
    void count(){
        for(int i=p-1;i>=0;i--) cnt[fail[i]]+=cnt[i];
    }
}P;
char s[N];
int main(){
    P.init();
    scanf("%s",s);
    int len=strlen(s);
    for(int i=0;i<len;i++) P.add(s[i]);
    P.count();
    long long maxx=0;
    for(int i=0;i<P.p;i++){
        maxx=max(maxx,1ll*P.len[i]*P.cnt[i]);
    }
    printf("%lld",maxx);
}
```

```
    return 0;
}
```

## P1659 [国家集训队]拉拉队排练

题意：连续的一段奇回文串被称作和谐小群体，找出所有和谐小群体并按长度降序排列后，求前 \$K\$ 个的长度之积并取模。

题解：利用模板的 \$cnt[]\$ 和 \$len[]\$ 数组来处理。

代码

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=1e6+5,mod=19930726;
typedef long long ll;
ll fastpow(int x,int y){
    ll ret=1;
    for(;y;y>>=1,x=1ll*x*x%mod)
        if(y&1) ret=1ll*ret*x%mod;
    return ret;
}
struct Palindromic_Tree{
    int nxt[N][26],fail[N],cnt[N],len[N],S[N],last,n,p;
    int newnode(int l){
        memset(nxt[p],0,sizeof(nxt[p]));
        cnt[p]=0;
        len[p]=l;
        return p++;
    }
    void init(){
        p=0;
        newnode(0);
        newnode(-1);
        last=0;
        n=0;
        S[n]=-1;
        fail[0]=1;
    }
    int get_fail(int x){
        while(S[n-len[x]-1]!=S[n]) x=fail[x];
        return x;
    }
    void add(int c){
        c-='a';
        S[++n]=c;
        int cur=get_fail(last);
        if(!nxt[cur][c]){
            int now=newnode(len[cur]+2);
            nxt[cur][c]=now;
            fail[now]=get_fail(cur);
            cnt[now]=1;
            len[now]=len[cur]+2;
        }else
            cnt[nxt[cur][c]]++;
    }
}
```

```

        fail[now]=nxt[get_fail(fail[cur])][c];
        nxt[cur][c]=now;
    }
    last=nxt[cur][c];
    cnt[last]++;
}
void count(){
    for(int i=p-1;i>=0;i--) cnt[fail[i]]+=cnt[i];
}
}P;

char s[N];
bool cmp(const pair<int,int>&a,const pair<int,int>&b){
    return a.first>b.first;
}
int main(){
    P.init();
    ll n,k;
    scanf("%lld %lld",&n,&k);
    scanf("%s",s);
    int len=strlen(s);
    for(int i=0;i<len;i++) P.add(s[i]);
    P.count();
    ll K=0;
    vector<pair<int,int>>v;
    for(int i=0;i<P.p;i++)
        if(P.len[i]>0&&(P.len[i]&1))
            K+=P.cnt[i],v.push_back(make_pair(P.len[i],P.cnt[i]));
    if(K<k){
        printf("-1");return 0;
    }
    sort(v.begin(),v.end(),cmp);
    ll ans=1;
    for(int i=0;i<v.size();i++){
        if(k<=0) break;
        if(k>=v[i].second){
            ans=(ans*1ll*fastpow(v[i].first,v[i].second))%mod;
            k-=v[i].second;
        }
        else{
            ans=(ans*1ll*fastpow(v[i].first,k))%mod;
            break;
        }
    }
    printf("%lld",ans);
    return 0;
}

```

## P4287 [SHOI2011]双倍回文

题意：记字符串 \$w\$ 的倒置为 \$w^R\$，如果 \$x\$ 能够写成 \$ww^R\$ 的形式，则称它是一个“双倍回文”。给定字符串，计算它的最长双倍回文子串的长度。

题解：利用好 \$trans\$ 指针的性质即可。

代码

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=5e5+5;
struct Palindromic_Tree{
    int nxt[N][26], fail[N], cnt[N], num[N], len[N], S[N], last, n, p;
    int trans[N];
    int newnode(int l){
        memset(nxt[p], 0, sizeof(nxt[p]));
        cnt[p]=num[p]=0;
        len[p]=l;
        return p++;
    }
    void init(){
        p=0;
        newnode(0);
        newnode(-1);
        last=0;
        n=0;
        S[n]=-1;
        fail[0]=1;
    }
    int get_fail(int x){
        while(S[n-len[x]-1]!=S[n]) x=fail[x];
        return x;
    }
    void add(int c){
        c-=‘a’;
        S[++n]=c;
        int cur=get_fail(last);
        if(!nxt[cur][c]){
            int now=newnode(len[cur]+2);
            fail[now]=nxt[get_fail(fail[cur])][c];
            nxt[cur][c]=now;
            num[now]=num[fail[now]]+1;
            if(len[now]<=2) trans[now]=fail[now];
            else{
                int tmp=trans[cur];
                while(S[n-len[tmp]-1]!=S[n]||((len[tmp]+2)<<1)>len[now])
                    tmp=fail[tmp];
                trans[now]=nxt[tmp][c];
            }
        }
    }
}
```

```

        last=nxt[cur][c];
        cnt[last]++;
    }
    void count(){
        for(int i=p-1;i>=0;i--) cnt[fail[i]]+=cnt[i];
    }
}P;
char s[N];
int len[N];
int main(){
    int n;
    scanf("%d",&n);
    scanf("%s",s);
    P.init();
    int ans=0;
    for(int i=0;i<n;i++){
        P.add(s[i]);
    }
    for(int i=1;i<P.p;i++){
        if((P.len[P.trans[i]]<<1)==P.len[i]&&P.len[P.trans[i]]%2==0)
            ans=max(ans,P.len[i]);
    }
    printf("%d",ans);
}

return 0;
}

```

## 2020牛客国庆集训派对day1 A

题意：在给定字符串末尾添加尽可能少的字符使其成为回文串。

题解：该等价于求解以原字符串末尾字符结尾的最长回文子串，直接用回文自动机秒杀。

### 代码

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=4e5+5;
struct Palindromic_Tree{
    int nxt[N][26],fail[N],len[N],S[N],last,n,p;
    int newnode(int l){
        memset(nxt[p],0,sizeof(nxt[p]));
        len[p]=l;
        return p++;
    }
    void init(){
        p=0;
        newnode(0);
        newnode(-1);
        last=0;
    }
    void extend(char c,int pos){
        int cur=last;
        int np=newnode(len[cur]+1);
        for(;cur!=0&&nxt[cur][c]==0;cur=fail[cur])
            nxt[np][c]=cur;
        if(cur==0) fail[np]=-1;
        else fail[np]=nxt[cur][c];
        len[np]=len[cur]+1;
        last=np;
    }
    void update(int pos,int val){
        for(;last!=0;last=fail[last])
            len[nxt[last][val]]=len[last];
    }
    int lcp(int pos,int lcp_pos){
        int cur=last;
        int res=0;
        for(;cur!=0&&nxt[cur][pos]==nxt[cur][lcp_pos];cur=fail[cur])
            res++;
        return res;
    }
    int lca(int pos,int lcp_pos){
        int cur=last;
        for(;cur!=0&&nxt[cur][pos]==nxt[cur][lcp_pos];cur=fail[cur])
            ;
        return cur;
    }
    void print(){
        cout<<"len: ";
        for(int i=0;i<N;i++) cout<<len[i]<<" ";
        cout<<"fail: ";
        for(int i=0;i<N;i++) cout<<fail[i]<<" ";
        cout<<"nxt: ";
        for(int i=0;i<N;i++)
            for(int j=0;j<26;j++)
                cout<<nxt[i][j]<<" ";
        cout<<endl;
    }
};

```

```
n=0;
S[n]=-1;
fail[0]=1;
}
int get_fail(int x){
    while(S[n-len[x]-1]!=S[n]) x=fail[x];
    return x;
}
void add(int c){
    c-='a';
    S[++n]=c;
    int cur=get_fail(last);
    if(!nxt[cur][c]){
        int now=newnode(len[cur]+2);
        fail[now]=nxt[get_fail(fail[cur])][c];
        nxt[cur][c]=now;
    }
    last=nxt[cur][c];
}
}P;
char s[N];
int main(){
    P.init();
    int n;
    scanf("%d",&n);
    scanf("%s",s);
    for(int i=0;i<n;i++){
        P.add(s[i]);
    }
    printf("%d",n-P.len[P.last]);
    return 0;
}
```

## 参考链接

[OI Wiki 回文树](#)

[回文树总结](#)

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:lgwza:%E5%9B%9E%E6%96%87%E6%A0%91](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:lgwza:%E5%9B%9E%E6%96%87%E6%A0%91)

Last update: 2020/10/03 23:54

