

# 增广路定理 Berge's lemma

这是最大匹配的一个重要理论。

- 交错路 (alternating path) 始于非匹配点且由匹配边与非匹配边交错而成。
- 增广路 (augmenting path) 是始于非匹配点且终于非匹配点的交错路。

增广路上非匹配边比匹配边数量多一，如果将匹配边改为非匹配边，反之亦然，则匹配大小会增加一旦依然是交错路。



如图 匹配数从 2 增加为 3，我们称此过程为 增广

根据 Berge's lemma 当找不到增广路的时候，得到最大匹配。

由此定理可知我们求最大匹配的核心思路。

### 核心思路

枚举所有未匹配点，找增广路径，直到找不到增广路径

事实上，对于每个点只要枚举一次就好。



假设某一轮沿着增广路  $a-b$  增广后，出现了以  $x$  为起点的增广路  $P_x$  则  $P_x$  必相交  $a-b$  假设  $P_x$  第一次碰上  $a-b$  由于  $a-b$  是交错路，意味着相交点是不同类型的（图中以红和蓝表示），那增广前  $x$  就能走到  $a-b$  中的某个未匹配点，说明早已存在从  $x$  出发的增广路。

## 参考链接

OI Wiki

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal\\_string:lgwza:%E5%A2%9E%E5%B9%BF%E8%B7%AF%E5%AE%9A%E7%90%86](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:lgwza:%E5%A2%9E%E5%B9%BF%E8%B7%AF%E5%AE%9A%E7%90%86)

Last update: 2020/08/09 20:45

