

状压 DP

学习状压 DP 之前，请确认你已经完成了 [动态规划基础](#) 部分内容的学习。

(同时建议学习 [位运算](#) 部分的内容)

状压 DP 简介

状压 DP 是动态规划的一种，通过将状态压缩为整数来达到优化转移的目的。

例题

[\[SCOI2005\]互不侵犯](#)

在 $N \times N$ 的棋盘里面放 K 个国王，使他们互不攻击，共有多少种摆放方案。国王能攻击到它上下左右，以及左上左下右上右下八个方向上附近的各一个格子，共 8 个格子。

我们用 $f(i, j, l)$ 表示前 i 行，当前状态为 j 且已经放置 l 个国王时的方案数。

其中 j 这一维我们用一个二进制整数表示， j 的某个二进制位为 0 代表对应的列不放国王，否则代表对应的列放国王)。

我们需要在刚开始的时候预处理出一行的所有合法状态 $sta(x)$ (排除同一行内两个国王相邻的不合法情况)，在转移的时候枚举这些可能状态进行转移。

设当前行的状态为 j 上一行的状态为 x 可以得到下面的转移方程：

$$f(i, j, l) = \sum f(i-1, x, l - sta(x))$$

需要注意在转移时排除相邻两行国王互相攻击的不合法情况。

参考代码：

```
#include <algorithm>
#include <iostream>
using namespace std;
long long sta[2005], sit[2005], f[15][2005][105];
int n, k, cnt;
void dfs(int x, int num, int cur) {
    if (cur >= n) { // 有新的合法状态
        sit[++cnt] = x;
        sta[cnt] = num;
        return;
    }
    dfs(x, num, cur + 1); // cur位置不放国王
    dfs(x + (1 << cur), num + 1,
        cur + 2); // cur位置放国王，与它相邻的位置不能再放国王
}
```

```
int main() {
    cin >> n >> k;
    dfs(0, 0, 0); // 先预处理一行的所有合法状态
    for (int i = 1; i <= cnt; i++) f[1][i][sta[i]] = 1;
    for (int i = 2; i <= n; i++)
        for (int j = 1; j <= cnt; j++)
            for (int l = 1; l <= cnt; l++) {
                if (sit[j] & sit[l]) continue;
                if ((sit[j] << 1) & sit[l]) continue;
                if (sit[j] & (sit[l] << 1)) continue;
                // 排除不合法转移
                for (int p = sta[j]; p <= k; p++) f[i][j][p] += f[i - 1][l][p -
sta[j]];
            }
    long long ans = 0;
    for (int i = 1; i <= cnt; i++) ans += f[n][i][k]; // 累加答案
    cout << ans << endl;
    return 0;
}
```

习题

NOI2001 炮兵阵地

USACO06NOV 玉米田 Corn Fields

AHOI2009 中国象棋

九省联考 2018 一双木棋

参考链接

OI Wiki

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:lgwza:%E7%8A%B6%E5%8E%8B_dp

Last update: 2020/08/04 23:05