

网络流简介

网络

首先，请分清楚网络（或者流网络 Flow Network）与网络流 Flow 的概念。

网络是指一个有向图 $G=(V,E)$

每条边 $(u,v)\in E$ 都有一个权值 $c(u,v)$ 称之为容量 Capacity 当 $(u,v)\notin E$ 时有 $c(u,v)=0$

其中有两个特殊的点：源点 Source $s\in V$ 和汇点 Sink $t\in V, (s\neq t)$

流

设 $f(u,v)$ 定义在二元组 $(u\in V, v\in V)$ 上的实函数满足：

1. 容量限制：对于每条边，流经该边的流量不得超过该边的容量，即 $f(u,v)\leq c(u,v)$
2. 斜对称性：每条边的流量与其相反边的流量之和为 0，即 $f(u,v)=-f(v,u)$
3. 流守恒性：从源点流出的流量等于汇点流入的流量，即 $\forall x\in V-\{s,t\}, \sum_{(u,v)\in E} f(u,x)=\sum_{(x,v)\in E} f(x,v)$

那么 f 称为网络 G 的流函数。对于 $(u,v)\in E$ $f(u,v)$ 称为边的流量 $c(u,v)-f(u,v)$ 称为边的剩余容量。整个网络的流量为 $\sum_{(s,v)\in E} f(s,v)$ 即从源点发出的所有流量之和

一般而言也可以把网络流理解为整个图的流量。而这个流量必满足上述三个性质。

注：流函数的完整定义为
$$f(u,v)=\begin{cases} f(u,v), & (u,v)\in E \\ -f(v,u), & (v,u)\in E \\ 0, & (u,v)\notin E, (v,u)\notin E \end{cases}$$

网络流的常见问题

网络流问题中常见的有以下三种：最大流，最小割，费用流。

最大流

我们有一张图，要求从源点流向汇点的最大流量（可以有很多条路到达汇点），就是我们的最大流问题。

最小费用最大流

最小费用最大流问题是这样的：每条边都有一个费用，代表单位流量流过这条边的开销。我们要在求出最大流的同时，要求花费的费用最小。

最小割

割其实就是删边的意思，当然最小割就是割掉 X 条边来让 S 跟 T 不互通。我们要求 X 条边加起来的流量总和最小。这就是最小割问题。

网络流 24 题

网络流 24 题

参考链接

OI Wiki

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:lgwza:%E7%BD%91%E7%BB%9C%E6%B5%81%E7%AE%80%E4%BB%8B

Last update: 2020/08/12 00:05