

线性基

定义

对于一组数 a_1, a_2, \dots, a_n 他们的线性基为 p_1, p_2, \dots, p_m 其中 p_i 是指出现1的最高位在第 i 位上的那个数。

构造方法

对于每个数，我们先找出他的最高位的1在第 i 位，假如 p_i 此时为零，那么将这个数假如线性基，否则异或 p_i 继续找。

应用

求一组数中若干个数异或值的最大值

根据线性基的性质，直接将线性基中的所有数异或起来即可

求一组数中若干个数异或的第 k 小

将 k 分解为二进制，第 2^i 位对应线性基中从低到高的第 $i-1$ 个非空位，若是1则将答案异或上线性基中这一位的数

询问一个数在一堆数中的任意异或值排第几（算上重复）

一堆数取若干个数的异或值，每种异或值出现的次数都是相等的 $2^{\text{xor}(n-|B|)}$

例题

洛谷p3812

```
#include<bits/stdc++.h>
#define reg register
using namespace std;
typedef long long ll;
const int MN=60;
ll a[61],tmp[61];
bool flag;
void ins(ll x){
    for(reg int i=MN;~i;i--)
        if(x&(1ll<<i))
```

```
        if(!a[i]) {a[i]=x; return;}  
        else x^=a[i];  
    flag=true;  
}  
bool check(ll x){  
    for(reg int i=MN;~i;i--)  
        if(x&(1ll<<i))  
            if(!a[i]) return false;  
            else x^=a[i];  
    return true;  
}  
ll qmax(ll res=0){  
    for(reg int i=MN;~i;i--)  
        res=max(res,res^a[i]);  
    return res;  
}  
ll qmin(){  
    if(flag) return 0;  
    for(reg int i=0;i<=MN;i++)  
        if(a[i]) return a[i];  
}  
ll query(ll k){  
    reg ll res=0;reg int cnt=0;  
    k-=flag;if(!k) return 0;  
    for(reg int i=0;i<=MN;i++){  
        for(int j=i-1;~j;j--)  
            if(a[i]&(1ll<<j)) a[i]^=a[j];  
        if(a[i]) tmp[cnt++]=a[i];  
    }  
    if(k>=(1ll<<cnt)) return -1;  
    for(reg int i=0;i<cnt;i++)  
        if(k&(1ll<<i)) res^=tmp[i];  
    return res;  
}  
int main(){  
    int n;ll x;scanf("%d",&n);  
    for(int i=1;i<=n;i++) scanf("%lld",&x),ins(x);  
    printf("%lld\n",qmax());  
    return 0;  
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:qgjyf2001:%E7%BA%BF%E6%80%A7%E5%9F%BA

Last update: 2020/08/14 13:43