

线性基

定义

对于一组数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 他们的线性基为 $p_1, p_2, \dots, p_m$ 其中 p_i 是指出现1的最高位在第 i 位上的那个数。

构造方法

对于每个数，我们先找出他的最高位的1在第 i 位，假如 p_i 此时为零，那么将这个数假如线性基，否则异或 p_i 继续找。

应用

求一组数中若干个数的异或值的最大值

根据线性基的性质，直接将线性基中的所有数异或起来即可

求一组数中若干个数的异或的第 k 小

将 k 分解为二进制，第 2^i 位对应线性基中从低到高的第 $i-1$ 个非空位，若是1则将答案异或上线性基中这一位的数

询问一个数在一堆数中的任意异或值排第几（算上重复）

一堆数取若干个数的异或值，每种异或值出现的次数都是相等的 $\square 2^{\text{xor}(n-|B|)}$

例题

[洛谷p3812](#)

```
#include<bits/stdc++.h>
#define reg register
using namespace std;
typedef long long ll;
const int MN=60;
ll a[61],tmp[61];
bool flag;
void ins(ll x){
    for(reg int i=MN;~i;i--){
        if(x&(1ll<<i))
```

```
        if(!a[i]){a[i]=x;return;}
        else x^=a[i];
    flag=true;
}
bool check(ll x){
    for(reg int i=MN;~i;i--){
        if(x&(1ll<<i))
            if(!a[i])return false;
            else x^=a[i];
    }
    return true;
}
ll qmax(ll res=0){
    for(reg int i=MN;~i;i--){
        res=max(res,res^a[i]);
    }
    return res;
}
ll qmin(){
    if(flag)return 0;
    for(reg int i=0;i<=MN;i++){
        if(a[i])return a[i];
    }
}
ll query(ll k){
    reg ll res=0;reg int cnt=0;
    k-=flag;if(!k)return 0;
    for(reg int i=0;i<=MN;i++){
        for(int j=i-1;~j;j--){
            if(a[i]&(1ll<<j))a[i]^=a[j];
            if(a[i])tmp[cnt++]=a[i];
        }
        if(k>=(1ll<<cnt))return -1;
        for(reg int i=0;i<cnt;i++){
            if(k&(1ll<<i))res^=tmp[i];
        }
    }
    return res;
}
int main(){
    int n;ll x;scanf("%d",&n);
    for(int i=1;i<=n;i++)scanf("%lld",&x),ins(x);
    printf("%lld\n",qmax());
    return 0;
}
```

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:legal_string:qgjyf2001:%E7%BA%BF%E6%80%A7%E5%9F%BA

Last update: 2020/08/14 13:43