

2016 Multi-University Training Contest 1

Virtual Participated on May 24, 2020.

VP available here: [Virtual Judge](#)

Practice available on [HDOJ](#).

Results

Summary

- Solved 6 out of 11 problems
- Rank 27/532 in official records
- Solved 8 out of 11 afterwards

Virtual Participation

#	=	Penalty	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
33	6	1223 20:23:41	00:43:29 (-1)	04:32:18 (-3)	(-1)	02:03:26 (-1)	02:34:44 (-4)		04:28:51				03:00:53

Submit Distribution in Members

Solved	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Pantw	√	√									
Withinlover				√	○	√				√	
Gary			○	√							

(√ for solved during VP, ○ for after VP, - for tried but not solved)

Solutions

A: Abandoned country

- Solved by **Pantw**

题意

给一个边权两两不同的无向图。求最小生成树，以及最小生成树中使得所有点对最短路平均值的最小值。

$n \leq 10^5, m \leq 10^6$

解法

由于边权不同我们可以直接知道最小生成树是唯一的，那么求出来之后 DP 一下即可。

B: Chess

- Idea by **Pantw, Withinlover, Gary**
- Debug by **Pantw, Withinlover, Gary**
- Code by **Pantw**

题意

$n \times 20$ 的棋盘，有若干相同的棋子，每个格子上至多有一个棋子，移动方式是：

- 若一个棋子右边是空格子，那么它可以移动到该格子；
- 若一个棋子隔着连续的一堆棋子，那么它可以跳过这些棋子，达到右边的第一个空格。
- 棋子不能超出右边界。

给定初始状态，问先手必胜还是先手必败。

解法

由于 20×2^{20} 不大，可以直接预处理出 SG 函数值。

然后就是经典的 Nim 游戏了。

C: Game

- Idea by **Gary**
- Debug by **Gary, Pantw**
- Code by **Gary**

题意

$n \times m$ 方格中有一些守卫，保证一个守卫同行同列以及以它为中心的九宫格内没有其他守卫，任意选方格中没有守卫的两点，求两点最短距离的期望

\$1\le n,m\le 1000\$

解法

简单画图可以发现没有守卫时的最短距离即为曼哈顿距离，当被守卫隔开时最短距离即为曼哈顿距离+2

因而考虑将两种情况分开求解，先求的所有点对的曼哈顿距离，再求出隔开的点对额外的贡献

$$\text{Ans} = \frac{\sum \text{dis}}{\sum_{x,y \text{ in 没有守卫的点}} 1}$$

曼哈顿距离可以通过遍历每行和每列来求解，如对于第*i*列，经过第*i*列的点对为 $\sum_{i \text{ 左侧}} \times \sum_{i \text{ 右侧}}$ ，每一个点对都会对曼哈顿距离贡献1，求前缀和后扫描每行每列即可

对于守卫隔开的贡献，发现只有连续单调的守卫两边的点对会造成贡献，因为守卫个数极少，对每个守卫 $O(n)$ 扫描来维护最长的连续单调守卫造成的贡献即可

	守卫								
		守卫							
			守卫						
				守卫					

D: GCD

- Idea by **Pantw**
- Code by **Withinlover**

题意

给定一个数列，每次查询一个区间 $[l, r]$ 输出区间的最大公约数 x 同时输出满足最大公约数为 x 的区间 $[l', r']$ 的个数。

解法

区间公约数查询是裸的ST表。预处理后直接回答。

针对第二问，可以发现最大公约数的取值不会太多。且固定 l 时， $\gcd(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$ 单调递减，可以二分确定出每一次 $\gcd$ 变化的位置，然后用一个 map 存一下。就做完了。

简易证明：考虑将 a_l 质因数分解，易知当 r 变化时 $\gcd$ 的值最多会下降其质因数个数次。

E: Necklace

- Idea by **Withinlover**
- Code&Debug by **Gary**

题意

给标号的 n 个阴宝石和 n 个阳宝石，相间放置围成圆，相邻的一对阴阳宝石匹配（仅能匹配一次）后可以产生价值，但有 m 对阴阳宝石不能产生价值，它们会变得暗淡，问暗淡的阴宝石最少为多少

$0 \leq n \leq 10, 0 \leq m \leq n \times n$

解法

发现 n 较小，我们可以固定阳宝石，枚举阴宝石的排列，对每一种情况进行二分图匹配求得最大匹配 Ans_i 答案即为 $n - \max\{\text{Ans}_i\}$

需要注意由于是圆排列，枚举排列时固定一位只需要枚举剩余 $n-1$ 位即可

F: PowMod

- Idea by **Withinlover, Pantw**
- Code in practice by **Withinlover**

题意

已知三个正整数 n, m, p 其中 n 不含平方因子。

设 $k = \sum_{i=1}^m \varphi(i \cdot m) \bmod \{1000000007\}$

计算 $\text{ans} = k^{\{k^{\{k^{\dots}\}}\}} \bmod p$ k 有无限个。

题解

大力推公式，设 $F(n, m) = \sum_{i=1}^m \varphi(i \cdot n)$

$$\begin{aligned} F(n, m) &= \sum_{i=1, i\%p \neq 0}^m \varphi(i \cdot n) + \sum_{i=1, i\%p = 0}^m \varphi(i \cdot n) \\ &= \varphi(p) \sum_{i=1, i\%p \neq 0}^m \varphi\left(i \cdot \frac{n}{p}\right) + p \sum_{i=1, i\%p = 0}^m \varphi\left(i \cdot \frac{n}{p}\right) \\ &= \varphi(p) \sum_{i=1}^m \varphi\left(i \cdot \frac{n}{p}\right) + \sum_{i=1, i\%p = 0}^m \varphi\left(\frac{i}{p} \cdot n\right) \\ &= \varphi(p) \sum_{i=1}^m \varphi\left(i \cdot \frac{n}{p}\right) + \sum_{i=1}^{\{m/p\}} \varphi\left(i \cdot n\right) \\ &= \varphi(p) F\left(\frac{n}{p}, m\right) + F\left(n, \frac{m}{p}\right) \end{aligned}$$

第一个难题解决，注意下递归的边界就可以做了。

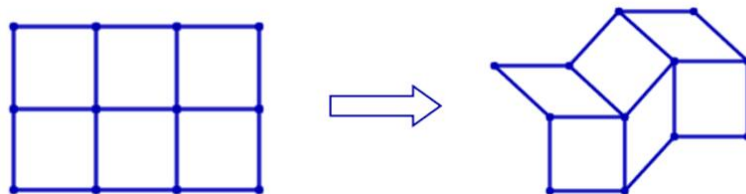
计算 ans 时，迭代使用欧拉定理 $A^B \bmod C = A^{\{B\% \varphi(C) + \varphi(C)\}} \bmod C$ 显然会很快收敛为 0 ，后面的无限多个 k 就没有意义了。迭代计算即可。

G: Rigid Frameworks

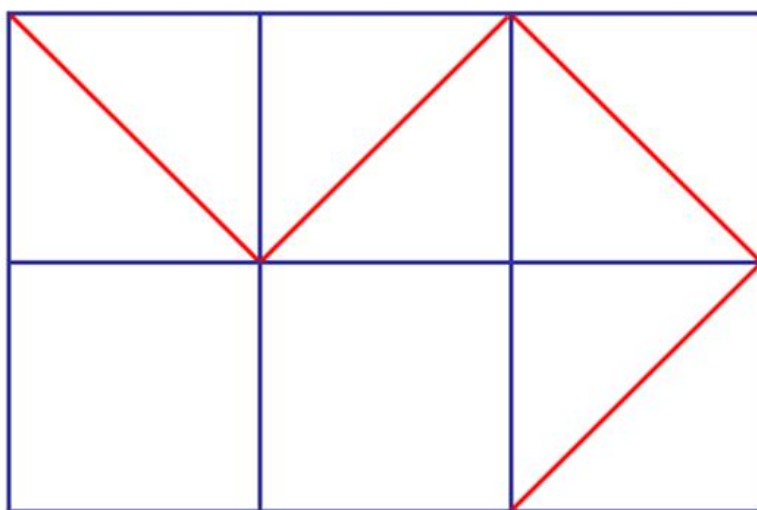
- Solved by **Withinlover, Pantw**

题意

给定 $n \times m$ 的一个网格，若无论外力如何作用，这个网格均不会变形，则称这个网格具有稳定性。显然初始的网格极易变形，是不具备稳定性的。如下图所示：



你可以在每一个格子上任选一个对角线添加约束条件，也可以选择不加。询问有多少种增加约束条件的方法，使得添加约束条件后的网格具有稳定性。

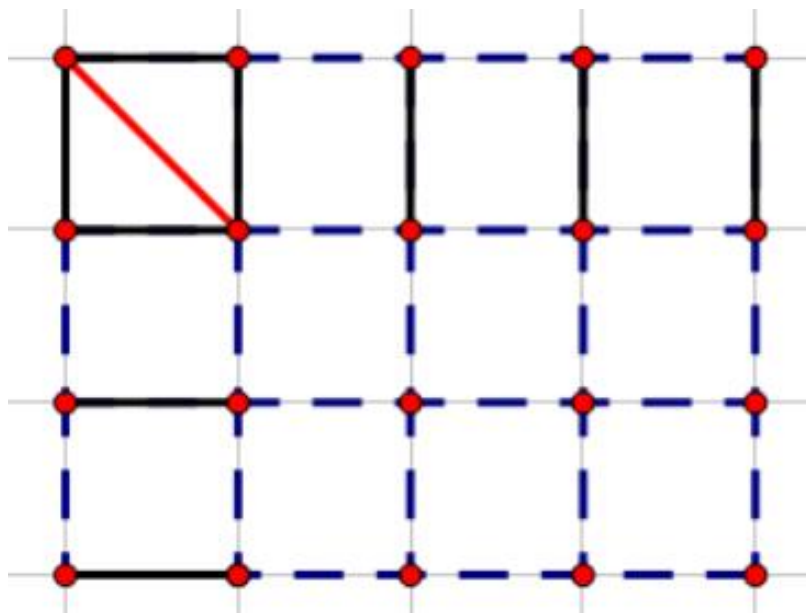


2×3 的一个可能方案，此时网格不可变形。

解法

选择两条对角线本质上并无区别，只是增加计数难度。

每一个位于 (i, j) 的约束条件，本质上是固定了第 i 行所有的竖边和第 j 列所有的横边。如下图：



建二分图，将每一行的竖边视为一个点，每一列的横边视为一个点。则左侧有 n 个点，右侧有 m 个点，每一个约束条件视为从左到右的一条连边。则原问题转化为 $(n + m)$ 个点的联通图计数问题。但是要注意由于可以在两条对角线中任意选择，每条边的贡献为 2 。

裸的联通二分图计数可以参考[blog 联通二分图计数](#)

这里，记 $H[i][j] = 3^{\{ij\}}$ ， F, G 递推式不变，便可以得到答案。

H: Shell Necklace

题意

解法

I: Solid Dominoes Tilings

题意

解法

J: Subway

题意

解法

K: tetrahedron

- Solved by **Withinlover**

题意

多组数据

给定空间中四点坐标，求组成的四面体的内接球半径以及球心坐标。

解法

向量法可以计算出体积和表面积，进而得到半径

球心坐标太简单了，推推公式就行（狗头）

Timeline

Time	Action
0	Start
300	End

Reflections

From:

<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:

https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:mian:hdu_training:2016_multi-university_training_contest_1

Last update: 2020/07/05 11:33