素数幂次问题

记号约定

在本文中，采用习惯记号，素数p在n中的幂次记为：

$$v_p(n)$$

代表p的这个幂次恰好整除n而比这个值更高的幂次无法整除n由于“ 恰好整除 ”记号（双竖线）容易和C语言“ 或 ”运算混淆，故不采用恰好整除记号。

另外一个记号也在后文出现p进制下n的各位数字和：

$$S_p(n)$$

这个记号不一定要求p是素数，只是后文的p均为素数。

阅读本文时，希望能提前大致了解模p的缩系乘法群的相关知识。

p进赋值

因为p进赋值的主体部分是数论一个艰深的分支，这里只阐述p进赋值的初始观点，不做深入研究，仅为了方便理解后文的内容。

（待续）

升幂定理

总述

又叫LTE这个英文缩写来源于高中数学竞赛以讹传讹的叫法，未知其确切含义。总之现在统称升幂定理。

由于缩系乘法群的结构不同，根据素数为奇素数或2，分为LTEP定理和LTE2定理两部分。

LTEP

（待续）

LTE2

（待续）

素数在阶乘中的幂次

一般在解析数论研究中偏爱这个式子，最早是由Gauss研究的：

（一个无穷取整求和式，待补充）

这里推荐使用更加流行而简单的公式，替代上面这个繁杂的式子。它用到了文章开头的p进制下各位数字和：

$$v_p(n!)=\frac{n-S_p(n)}{p-1}$$

与等比数列求和公式很相似。由于涉及各位数字和，利用数学归纳法可以轻松证明。

素数在组合数中的幂次

（一个公式待补充）

如果仔细分析p是否整除组合数其实和上下标在p进制下减法是否需要借位有关。这就有了下面的定理。

（待补充）

Lucas定理

结合上面“素数在组合数中的幂次”一同分析。上面的部分用于计算当组合数被p整除时，一共能被多少个p整除（仅判断模p的幂是否为0）；而这里则研究当组合数不被p整除时，模p余多少。

（待补充）

至于到算法层面，还有与中国剩余定理结合的扩展卢卡斯算法exlucas用于解决模p的幂的余数问题。由于本文注重数学部分，这里不再讲解。