

## 前缀和

一些情况下，对数组的子区间和进行多次询问，遍历是一个费时的行为，前缀和在这里就很有用。

## 多维前缀和



在一个二维数组中要求一个方形区域的和。这里同样可以运用前缀和。

例如这张图，求绿色部分，就可以用整个减去横侧和纵侧的条，再加上被减两次的块。

三维数组中同理，只是算式略不同。就是容斥定理的应用。

但是随着维度 $t$ 变高，容斥的复杂度是 $2^t$ 总复杂度达到了 $O(n^t * 2^t)$

以一二三为例：

一维

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    b[i]=b[i-1]+a[i];
```

二维

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        b[i][j]=b[i-1][j]+b[i][j-1]-b[i-1][j-1]+a[i][j];
```

三维

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
            b[i][j][k]=b[i-1][j][k]+b[i][j-1][k]+b[i][j][k-1]-
            b[i-1][j-1][k]-b[i-1][j][k-1]-b[i][j-1][j-1]+b[i-1][j-1][k-1]+a[i][j][k];
```

我们其实有一个更好的方法。

一维

```
for(int i=1;i<=n;i++)  
    a[i]+=a[i-1];
```

## 二维

```
for(int i=1;i<=n;i++)  
    for(int j=1;j<=m;j++)  
        a[i][j]+=a[i][j-1];  
for(int i=1;i<=n;i++)  
    for(int j=1;j<=m;j++)  
        a[i][j]+=a[i-1][j];
```

## 三维

```
for(int i=1;i<=n;i++)  
    for(int j=1;j<=m;j++)  
        for(int k=1;k<=p;k++)  
            a[i][j][k]+=a[i-1][j][k];  
for(int i=1;i<=n;i++)  
    for(int j=1;j<=m;j++)  
        for(int k=1;k<=p;k++)  
            a[i][j][k]+=a[i][j-1][k];  
for(int i=1;i<=n;i++)  
    for(int j=1;j<=m;j++)  
        for(int k=1;k<=p;k++)  
            a[i][j][k]+=a[i][j][k-1];
```

就是说按维每一维加一遍。这样做可以将复杂度降至 $O(n^t)$

## 差分


有时在询问区间和之前有若干对区间的改动。如将 $a[l] \sim a[r]$ 内的数都加上 $p$ 那么我们可以用差分的方法。

建立一个数组 $b$ 如果将 $a[l] \sim a[r]$ 内的数加 $p$ 那么在 $b[l]$ 处加 $p$ 在 $b[r+1]$ 处减 $p$ 那么最终 $b$ 的前缀和就是每个位置的增量，再在相应位置修改即可。代码略。

## 总结

一个基础技巧。

From:  
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:  
[https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:no\\_morning\\_training:%E5%89%8D%E7%BC%80%E5%92%8C&rev=1588942512](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:no_morning_training:%E5%89%8D%E7%BC%80%E5%92%8C&rev=1588942512) 

Last update: 2020/05/08 20:55