

前缀和

一些情况下，对数组的子区间和进行多次询问，遍历是一个费时的行为，前缀和在这里就很有用。

多维前缀和



在一个二维数组中要求一个方形区域的和。这里同样可以运用前缀和。

例如这张图，求绿色部分，就可以用整个减去横侧和纵侧的条，再加上被减两次的块。

三维数组中同理，只是算式略不同。就是容斥定理的应用。

但是随着维度t变高，容斥的复杂度是 2^t 总复杂度达到了 $O(n^t \cdot 2^t)$

以一二三为例：

一维

```
for(int i=1; i<=n; i++)
    b[i] = b[i-1] + a[i];
```

二维

```
for(int i=1; i<=n; i++)
    for(int j=1; j<=m; j++)
        b[i][j] = b[i-1][j] + b[i][j-1] - b[i-1][j-1] + a[i][j];
```

三维

```
for(int i=1; i<=n; i++)
    for(int j=1; j<=m; j++)
        for(int k=1; k<=p; k++)
            b[i][j][k] = b[i-1][j][k] + b[i][j-1][k] + b[i][j][k-1] -
b[i-1][j-1][k] - b[i-1][j][k-1] - b[i][j-1][k-1] + b[i-1][j-1][k-1] + a[i][j][k];
```

我们其实有一个更好的方法。

一维

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    a[i]+=a[i-1];
```

二维

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        a[i][j]+=a[i][j-1];
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        a[i][j]+=a[i-1][j];
```

三维

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
            a[i][j][k]+=a[i-1][j][k];
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
            a[i][j][k]+=a[i][j-1][k];
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
            a[i][j][k]+=a[i][j][k-1];
```

以3维数组为例 $\sum_{l=1}^k a[l][j][k] = \sum_{l=1}^k a[l][j][l]$ $a_2[i][j][k] = \sum_{l=1}^j a_1[l][l][k]$ $a_3[i][j][k] = \sum_{l=1}^i a[l][j][k]$ 就是说按维每一维加一遍。这样做可以将复杂度降至 $O(n^t)$

差分

有时在询问区间和之前有若干对区间的改动。如将 $a[l] \sim a[r]$ 内的数都加上 p 那么我们可以用差分的方法。

建立一个数组 b 如果将 $a[l] \sim a[r]$ 内的数加 p 那么在 $b[l]$ 处加 p 在 $b[r+1]$ 处减 p 那么最终 b 的前缀和就是每个位置的增量，再在相应位置修改即可。代码略。

总结

一个基础技巧。

From:
<https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:no_morning_training:%E5%89%8D%E7%BC%80%E5%92%8C&rev=1589375988

Last update: 2020/05/13 21:19

