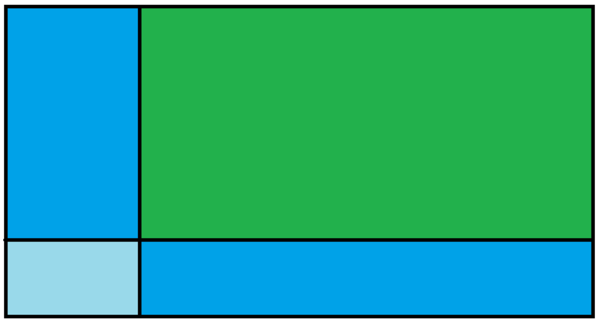
前缀和

一些情况下，对数组的子区间和进行多次询问，遍历是一个费时的行为，前缀和在这里就很有用。

多维前缀和



在一个二维数组中要求一个方形区域的和。这里同样可以运用前缀和。
例如这张图，求绿色部分，就可以用整个减去横侧和纵侧的条，再加上被减两次的块。
三维数组中同理，只是算式略不同。就是容斥定理的应用。
但是随着维度t变高，计算前缀和的容斥的复杂度是2^t□总复杂度达到了O($n^t\times2^t$□□

以三维为例：

```
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=1;j<=m;j++)
            for(int k=1;k<=p;k++)
                b[i][j][k]=b[i-1][j][k]+b[i][j-1][k]+b[i][j][k-1]-
b[i-1][j-1][k]-b[i-1][j][k-1]-b[i][j-1][j-1]+b[i-1][j-1][k-1]+a[i][j][k];
```

我们其实有个更好的办法

```
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=1;j<=m;j++)
            for(int k=1;k<=p;k++)
            a[i][j][k]+=a[i-1][j][k];
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=1;j<=m;j++)
            for(int k=1;k<=p;k++)
            a[i][j][k]+=a[i][j-1][k];
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=1;j<=m;j++)
            for(int k=1;k<=p;k++)
            a[i][j][k]+=a[i][j][k-1];
```

\[a_1[i][j][k]=\sum_{l=1}^k a[l][j][k]\quad a_2[i][j][k]=\sum_{l=1}^j a_1[i][l][k]\quad a_3[i][j][k]=\sum_{l=1}^i a[i][j][l]\] a3数组即为所求，更高维度同理
就是说按维每一维加一遍。 这样做可以将复杂度降至O($n^t\times t$)□维数较高的情况下会节省一些时间。

例子

1.

数字列表项目给定一个$n\times n$的矩阵，找一个最大的子矩阵，使得这个子矩阵里面的元素和最大。

最朴素的想法是枚举左下角、右上角并在内部枚举每个元素，复杂度O(n^6)□利用前缀和降至O(n^4)□
好一点的想法是枚举上下边，中间的矩阵就成了一维数列，变成求最大区间和的问题，达到O(n^3)□

2.

输入一个长度为n的数组a[i]□下标从0开始（0到n-1□□保证n是2的整数次幂，对于每个i($0\le i<n$)求所有满足i&j=j的a[j]之和□$n\le2^{20}$□

例如n=2^10□就可以将每一个i根据2进制形式视作具有10维，所求即为其前缀和。利用上面所说的方法容易实现。
代码

总结

一个基础技巧。

From:
https://wiki.cvbbacm.com/ - **CVBB ACM Team**

Permanent link:
https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:no_morning_training:%E5%89%8D%E7%BC%80%E5%92%8C&rev=1589380790

Last update: **2020/05/13 22:39**