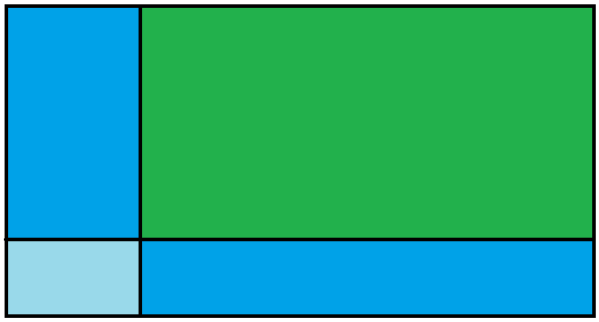
前缀和

一些情况下，对数组的子区间和进行多次询问，遍历是一个费时的行为，前缀和在这里就很有用。

多维前缀和



在一个二维数组中要求一个方形区域的和。这里同样可以运用前缀和。
例如这张图，求绿色部分，就可以用整个减去横侧和纵侧的条，再加上被减两次的块。
三维数组中同理，只是算式略不同。就是容斥定理的应用。
但是随着维度t变高，计算前缀和的容斥的复杂度是2^t总复杂度达到了O($n^t\times2^t$)

以三维为例：

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
            b[i][j][k]=b[i-1][j][k]+b[i][j-1][k]+b[i][j][k-1]
                 -b[i-1][j-1][k]-b[i-1][j][k-1]-b[i][j-1][j-1]
                     +b[i-1][j-1][k-1]+a[i][j][k];
```

我们其实有个更好的办法

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
        a[i][j][k]+=a[i-1][j][k];
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
        a[i][j][k]+=a[i][j-1][k];
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        for(int k=1;k<=p;k++)
        a[i][j][k]+=a[i][j][k-1];
```

\[a_1[i][j][k]=\sum_{l=1}^i a[l][j][k]\quad a_2[i][j][k]=\sum_{l=1}^j a_1[i][l][k]\quad a_3[i][j][k]=\sum_{l=1}^k a[i][j][l]\] a3数组即为所求，更高维度同理
就是说按维每一维加一遍。这样做可以将复杂度降至O($n^t\times t$)维数较高的情况下会节省一些时间。

例子

1.

数字列表项目给定一个$n\times n$的矩阵，找一个最大的子矩阵，使得这个子矩阵里面的元素和最大。

最朴素的想法是枚举左下角、右上角并在内部枚举每个元素，复杂度O(n^6)，利用前缀和降至O(n^4)。
好一点的想法是枚举上下边，中间的矩阵就成了一维数列，变成求最大区间和的问题，达到O(n^3)。

2.

输入一个长度为n的数组a[i]，下标从0开始（0到n-1），保证n是2的整数次幂，对于每个i($0\le i<n$)求所有满足i&j=j的a[j]之和，$n\le2^{20}$。

例如n=2^{10}就可以将每一个i根据2进制形式视作具有10维，所求即为其前缀和。利用上面所说的方法容易实现。

这个题是付费题目所以….还是贴一下链接 ouo

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int N=(1<<21);
ll a[N];
int n;
int main()
{
    scanf("%d",&n);
    for(int i=0;i<n;i++)
        scanf("%lld",&a[i]);
    for(int i=1,p=0;i<n;i<<=1)
    {
        p++;
        for(int j=0;j<n;j++)
            if((j&(1<<p-1)))
                a[j]+=a[(j^(1<<p-1))];
    }
    for(int i=0;i<n;i++)
        printf("%lld\n",a[i]);
    return 0;
}
```

总结

一个基础技巧。

参考

https://www.cnblogs.com/mrclr/p/8423136.html
https://www.cnblogs.com/mrclr/p/8423136.html