

# 自平衡二叉查找树

未完待续.. (例题代码什么的再补)

## 二叉查找树(BST)

在二叉树中查找一个节点的复杂度是 $O(n)$ 我们可以构建二叉查找树来改善查询时间。

### 特征

在二叉查找树中每一个节点的左子树中所有结点的值都小于该结点的值，右子树中所有结点的值都大于该结点的值。

### 查询

根据特征我们自然可以得出查找的方式。如果二叉树分布比较“像一棵树”我们可以接近理想状态的 $O(\log n)$ ,但如果树退化成直线复杂度将达到最坏情况的 $O(n)$

### 插入节点

设新节点为 $k$ ,每次考虑的节点为 $p$ ,点的值为 $f(x)$

- 1.若 $p$ 为空，则 $k$ 直接放在这个位置。
- 2.若 $f(k)=f(p)$ ,则用户试图重复插入一个值，根据要求处理。
- 3.若 $f(k)<f(p)$ ,则 $k$ 一定在 $p$ 的左子树中，将 $p$ 的左孩子视作 $p$ 反之则 $k$ 一定在 $p$ 的右子树中，将 $p$ 的右孩子视作 $p$ 回到1。

### 删除节点

设该节点为 $p$ ,左孩子为 $l$ ,右孩子为 $r$

- 1.若无 $r$ ,则 $l$ 代替 $p$ ;反之若无 $l$ ,则 $r$ 代替 $p$
2. $r$ 无左孩子,则 $r$ 代替 $p$ ,将 $l$ 作为 $r$ 的左孩子。
3. $r$ 有左孩子，则 $r$ 的左子树中左下的最深的节点，即 $r$ 的左子树中值最小的点，代替 $p$  $r$ 不变。

## 自平衡二叉查找树

如果树中节点的数量为  $n$  则一棵满足  $O(\log_2 n)$  渐进运行时间的树的高度应接近于比  $\log_2 n$  小的最大整数。

对于一棵二叉查找树，往往不能事先知道所有的数据从而并不能保证树的形状合适，例如在不断输入数据并且不断查询的情况下。

如果我们能实时调整树使其满足最高效率的形状就好了。为此我们有自平衡二叉查找树。

有多种自平衡结构，如AVL树、红黑树、2-3树、2-3-4树、伸展树、B树等等。

# 红黑树

## 特征

首先是节点具有颜色：红、黑二色；其次是存在一种NIL节点，作为伪叶子节点连接着内点。满足性质：

1. 根节点是黑色
2. NIL节点是黑色
3. 如果节点的颜色是红色，则其子节点均为黑色
4. 从任一节点到其后代任一叶子节点的路径上的黑色节点的数量相同

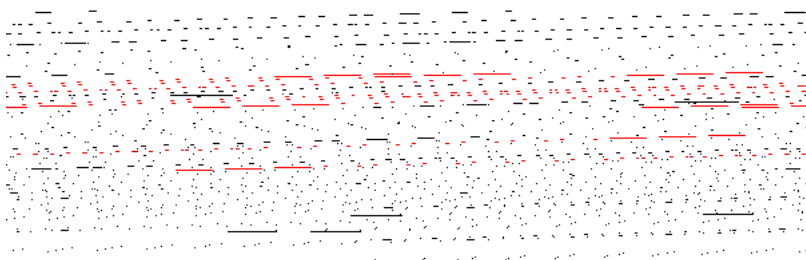
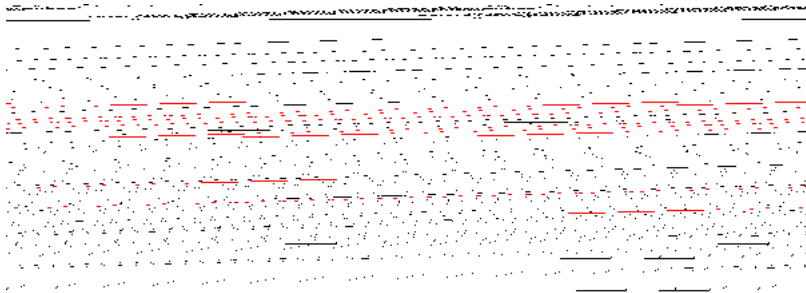
## 插入

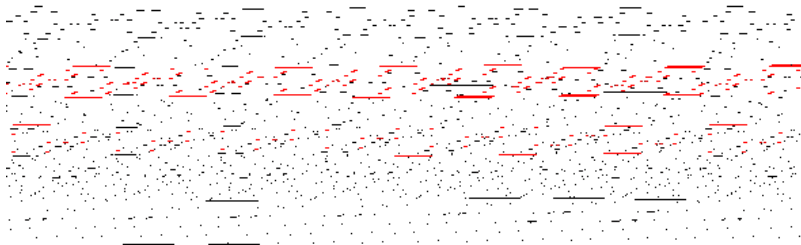
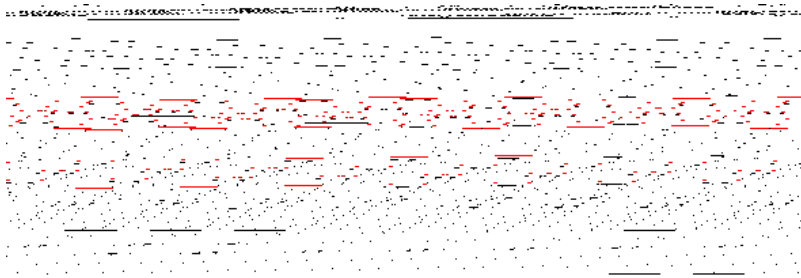
按照BST的插入方式在计算出的位置插入一个红节点。设该节点为K，父节点为P，P父节点为G，P的兄弟节点为S。

1. 若P为黑色，则符合红黑树的性质，不需要做改动。

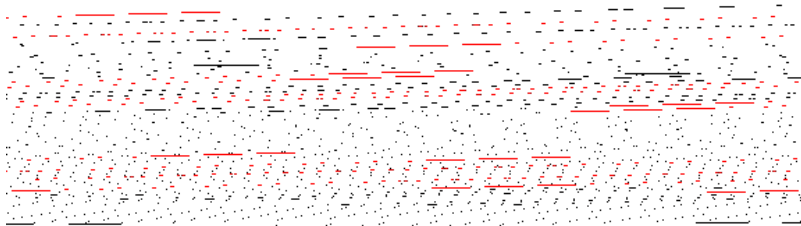
2. 若P为红色：

\$\quad\quad\$ 2a. 若S是黑色或为空，则需要进行旋转，分为四种情况，前两种情况是P是G的左孩子，后两种情况为P是右孩子。





$\quad\quad$  若S是红色，则需要对P、S、G重新着色：将P和S着色为黑色，将G着色为红色。



这样的重新着色不会影响G及以下的性质，但可能出现G与其父节点同红的情况，此时需要遵循上述方式向上递归地进行调整。 === 删除 ===

## AVL树

### 特征

对于每一个节点，其左右子树的高度差不超过1。

### 插入

按照二叉查找树

### 删除

### splay

## 特征

通过不断地将查询的、插入的节点进行旋转操作，实现将查找频率高的点搬至根节点附近的动作。

## rotate

✘ 以这个图为例。要将x旋转至y需要进行的操作是：

- 将x的 x相对于y的方向的 相反方向 的儿子，作为y的 x相对于y的方向的 儿子。
- 将y作为x的 x相对于y的方向的 相反方向 的儿子。
- 以x取代y相对于p的位置。

✘ 结果如图。其他所有情况均如上述操作即可。

## splay

这个操作是让某一个点通过不断旋转移移动到某一个位置，在这个过程中的旋转起到了调整树结构的作用。

分为三种情况 1.若目标点是选择点的父亲，则直接rotate

2.目标点、父亲、祖父在一条线上，先rotate父亲再rotate选定点。如果直接rotate选定点两次，那么这个结构中依旧存在长度为2的路径，而使用这里的方法可以消灭这条长度为二的路径。

3.目标点、父亲、祖父不在一条线上rotate选定点两次。

===

From: <https://wiki.cvbbacm.com/> - CVBB ACM Team

Permanent link: [https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:no\\_morning\\_training:shaco: %E7%9F%A5%E8%AF%86%E7%82%B9:%E6%95%B0%E6%8D%AE%E7%BB%93%E6%9E%84:%E8%87%AA%E5%B9%B3%E8%A1%A1%E4%BA%8C%E5%8F%89%E6%9F%A5%E6%89%BE%E6%A0%91&rev=1590133414](https://wiki.cvbbacm.com/doku.php?id=2020-2021:teams:no_morning_training:shaco: %E7%9F%A5%E8%AF%86%E7%82%B9:%E6%95%B0%E6%8D%AE%E7%BB%93%E6%9E%84:%E8%87%AA%E5%B9%B3%E8%A1%A1%E4%BA%8C%E5%8F%89%E6%9F%A5%E6%89%BE%E6%A0%91&rev=1590133414)

Last update: 2020/05/22 15:43