2025/11/29 21:19 1/1 生成函数

# 生成函数

### 前言

用以解决一类问题:几类物品各自可以取的数目具有一定的限制,求共取i种的方案数。

### 概念

对于数列\$a\_{n}=\{a\_1,a\_2,···,a\_n\}\$[[它的生成函数即为\$f(x)={a\_1x+a\_2x^2+···+a\_nx^n}\$[

## 常见类型

这里介绍的是一种将x限定在(-1,1)的范围内化简的结果 $\Box$ x本身也没有意义,可以添加一些设定),这样 的简化结果利于后面的计算,而且与不化简的记过表达的意义是相同的[]  $[\sum_{i=0}^{\left(i\right)} {x^{ik}} = \frac{1}{1-x^k}] \left[\sum_{i=0}^{n} {x^{ik}} = \frac{1-x^k}{1-x^k}\right]$  $x^{(n+1)k} {1-x^k} | \sum_{i=0}^{\left(i+k-1\right)^{k-1}} {x^i} = \frac{1}{(1-x)^k} | x^i|^{i+k-1}^{k-1}}$ 

# 解决问题

将取不同物品的方案的生成函数相乘,得到的函数中\$x^i\$的系数即是共取i个物品的方案数。

#### 看一个例子

我们要从苹果、香蕉、橘子和梨中拿一些水果出来,要求苹果只能拿偶数个,香蕉的个数要是5的倍数, 橘子最多拿4个, 梨要么不拿, 要么只能拿一个。问按这样的要求拿n个水果的方案数。 苹果的生成函数是

From: https://wiki.cvbbacm.com/ - CVBB ACM Team

Last update: 2020/05/28 08:24



